FACULTAD DE INGENIERIA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE JUJUY

TRAYECTO DE FORMACIÓN COMPLEMENTARIA

MODULO MATEMÁTICAS

Docentes: Lic. María Ana González - P.U. Julio Paredes - Ing. Julio Canavire - Ing. Analía Toconás - Lic. Adriana Acosta -Ing. Luis Yance - Lic. Francisco Carlos

Coordinador: APU. Roberto Mamaní

1er. Cuatrimestre - 2026

Hace mucho tiempo, un rey colocó una gran piedra entorpeciendo un camino. Se escondió y miró para ver si alguien quitaba la piedra.

Algunos de los comerciantes más ricos del reino vinieron y simplemente la rodearon para continuar.

Muchos le echaron la culpa al rey de no mantener los caminos despejados, pero ninguno hizo algo para sacar la piedra grande del camino.

Entonces llegó al lugar un campesino, con una carga de frutas y verduras. Al aproximarse a la roca, puso su carga en el piso y trato de mover la piedra a un lado del camino. Después de empujar y fatigarse mucho, lo logró.

Mientras recogía su carga notó una pequeña bolsa en el camino, justo donde había estado la roca. Dicha bolsa contenía muchas monedas de oro y una nota del mismo rey indicando que era un premio para la persona que removiera la piedra del camino.

El campesino comprendió lo que los otros nunca entendieron. Cada obstáculo presenta una oportunidad para mejorar la condición de uno.

Recuerda esto cada vez que te cueste resolver un ejercicio.

Contenidos

Unidad 1: Conjuntos: formas de expresarlos. Relación de inclusión y pertenencia. Igualdad de conjuntos. Operaciones entre conjuntos, propiedades. Conjunto de números. Representación en la recta real. Operaciones con números reales y sus propiedades. Intervalos de números reales: representación en la recta real y operaciones. Desigualdades: resolución, representación del conjunto solución y problemas de aplicación. Notación científica.

Unidad 2: Función: definición, distintas formas de expresarla, dominio, imagen. Valor numérico y gráfica. Función Lineal: forma general, pendiente, ordenada al origen. Recta: ecuación, paralelismo, perpendicularidad y representación gráfica. Función cuadrática: definición, distintas formas de expresarla, dominio, imagen y representación gráfica. Parábola: vértice, eje de simetría, concavidad, puntos simétricos y raíces. La ecuación de segundo grado. Problemas de aplicación.

Unidad 3: Expresiones algebraicas: definición y clasificación. Expresiones algebraicas enteras: clasificación según el número de términos, grado, valor numérico, raíces reales, orden. Operaciones con expresiones algebraicas enteras: suma, resta, producto, cociente, potenciación y radicación. Teorema del Resto. Regla de Ruffini. Factoreo de expresiones algebraicas: factor común, factor común en grupos de igual número de términos, trinomio cuadrado perfecto, cuatrinomio cubo perfecto, suma o diferencia de dos potencias de igual grado. Expresiones algebraicas racionales: definición, suma, resta, producto, cociente y simplificación.

Unidad 4: Ecuaciones algebraicas. Planteo, resolución y verificación. Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas: clasificación y resolución y representación gráfica. Métodos de resolución: gráfico, determinantes, igualación, sustitución. Sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas: Planteo y resolución por el método de determinantes. Aplicaciones.

Unidad 5: Trigonometría. Ángulos: sistema de medición sexagesimal y radial. Razones trigonométricas: definición, cálculo y resolución de triángulos rectángulos. Funciones trigonométricas: seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante, definición, dominio, imagen, representación gráfica, periodicidad, ceros, crecimiento, decrecimiento. Relaciones entre las funciones trigonométricas de un mismo ángulo: fundamental y otras relaciones. Relaciones entre las funciones trigonométricas de dos ángulos: complementarios, suplementarios, que difieren en $\pi/2$, π y $2k\pi$. Funciones trigonométricas de la suma y diferencia de dos ángulos. Funciones trigonométricas del ángulo doble. Identidades trigonométricas. Ecuaciones trigonométricas.

Unidad 6: Vectores: definición y representación gráfica. Módulo de un vector. Operaciones: multiplicación por un escalar. Suma: método analítico y gráfico. Paralelismo y perpendicularidad de vectores. Producto escalar de vectores. Problemas de aplicación.

Obligatorio 3(tres) cuestionarios aprobados para cada Parcial

Recuerde para rendir los parciales llevar DNI y birome negra o azul.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 1: CONJUNTOS. NÚMEROS REALES: OPERACIONES. PROPIEDADES.

1º. Indique cuales de los siguientes conjuntos han sido definidos por comprensión y cuales por extensión.

a) A = {días de la semana}.

b) El conjunto de los números reales.

c) {x/x es alumno ingresante de la Facultad de Ingeniería}

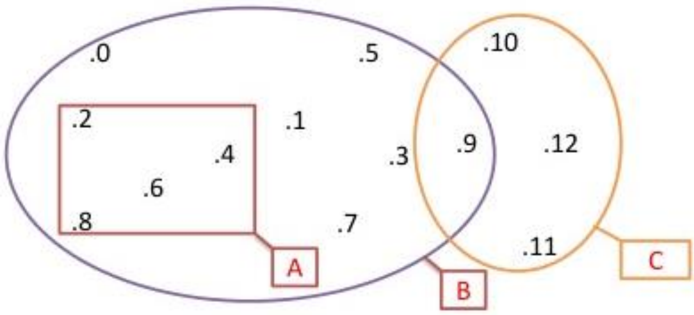
d) D = {Mercurio, Venus, la Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno}

e) Números impares menores que diez.

2º. Realice los diagramas de Venn que represente cada una de las siguientes afirmaciones:

a) $A \subset B$ b) $A \cap D = \emptyset$ c) $C \cap D \neq \emptyset$ d) $A \cup D$ e) A - D

3º. Analizando el siguiente gráfico completar con, $\in, \notin, \subset$ y $\not\subset$ según corresponda.



A …….. B	C ……. B	4 …….. A
9 ……... A	6 ……. B	9 …….. C
10 ……. A	7 ……. C	8 …….. A
2 ……... C	3 ……. B	5 …….. C
1 ……… B	0 ……. A	3 …….. A
B ……… A	5 ……. A	C ……. A
¾ ……… A	12 …… C	11 …… B

4º. Realizar el diagrama de Venn de los campos numéricos y allí ubicar las expresiones que se dan a continuación: 3, -3, π, 6/2, e, -3/5, √9, 0, √-3, $(-2)^3$, 15+i y por último $0,\hat{5}$.

5º. Represente en la recta numérica las expresiones del punto 4º.

6º. Responder verdadero o falso.

a) Que el conjunto “B” sea subconjunto del conjunto A, se expresa simbólicamente como "$B \in A$"

b) Si “x” es un número real, la expresión “x-1” significa: el número anterior a “x”

c) Si “x” es un número entero, las expresiones $-1 \leq x \leq 3$ y [-1, 3] son equivalentes

d) Si A= {1,2,3,4,5} y B={2,3} entonces $B \cap A = \emptyset$

7º. Coloque en palabras cada uno de los siguientes enunciados:

a) x > y

b) a ≤ b

c) -1 < 3 < 8

d) w ≠ z.

e) u < 0.

f) w ≥ v.

8º. Calificar como Verdadero o Falso. Justificar la respuesta.

a) $-\frac{1}{2}$ es un nº entero
b) $\sqrt{7}-2$ es un nº racional
c) $\frac{49}{7}$ es un nº entero
d) $1,\hat{3}$ es un nº irracional
e) $\sqrt[3]{-64}$ es un nº irracional
f) $\sqrt{-9}$ es un nº real
g) $a^5a^2 = a^7$
h) $\sqrt{64-36} = \sqrt{64} - \sqrt{36}$
i) $(\sqrt{3^3})^2 = 3^2$

9º. Obtenga el valor de las siguientes expresiones (sin usar calculadora)

a) $(25)^{1/2}$
b) $3 - \{-10+[4+(8-2)]+3\}$
c) $(-2)^2 . (-2)^3$
d) $2^2 . 3^2$
e) $\frac{-7-3}{2} - \frac{16-24}{-8}$
f) $2^5 / 2^4$
g) $(2^3)^2$
h) $\sqrt{4}\,\sqrt{9}$.
i) $\sqrt[3]{\frac{125}{27}} \ / \ \sqrt[3]{\frac{1}{27}}$
j) $\frac{2}{3}.(2+5)$
k) $(-1)^{205}$
l) $(-1)^{24}$
m) 0^n
n) 1^n
o) m^1
p) $\sqrt{0}$
q) 0.n
r) 0/n

10º. Calcular llevando a su mínima expresión, siempre que sea posible.

$a)\ \left(\frac{1}{5}\right)^{1/2} . 5^{3/2} . \left(\frac{1}{5}\right)^{1/3} : 5^{1/2} =$

$b)\ \frac{\sqrt{b}\left((a+b)^{\frac{1}{2}}\ (a+b)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}}{a^{-\frac{3}{2}}\ a^{-\frac{1}{2}}\ b^{-\frac{1}{2}}\ b} =$

$c)\ \left[\frac{\frac{0,2-\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{8}}}{\frac{1}{10}\cdot {}^{4}/_{0,3\ .\ 2}}\right]^{-\frac{1}{2}} =$

$d)\ \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}} =$

$e) (1/2)^2\sqrt{144} + \frac{2}{3} - \sqrt{\frac{9}{4}} - \left(1: \frac{36}{25}\right)^{\frac{1}{2}} =$

$f)\ \sqrt{x^3\sqrt{\frac{x^2}{y}}} =$

♥ *Ejercicio recreativo:*

La combinación de una caja de seguridad está formada por 4 dígitos a saber: el primero es el triple del segundo, el tercero es el doble del primero, en tanto que el cuarto es la mitad del tercero. La adición de los cuatro números da por resultado 13. ¿Cuál es la combinación?

TRABAJO PRÁCTICO Nº 2: INTERVALOS - NOTACIÓN CIENTÍFICA

1º.- Dados los siguientes conjuntos, cuando sea posible, expresarlos como intervalos. Represente cada conjunto en la recta real.

$a)\ A = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge -10 < x \leq 5\}$
$b)\ B = \{{}^{x}/_{x} \in \mathbb{R} \wedge -2 < x \leq 5\}$
$c)\ C = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 5\}$
$d)\ D = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\right\}$
$e)\ E = \left\{x/x \in \mathbb{R} \wedge -\frac{3}{4} < x < \frac{3}{2}\right\}$
$f)\ F = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge -4 \leq x \leq 2\}$
$g)\ G = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x \geq \frac{3}{2}\}$
$h)\ H = \left\{x/x \in Q \wedge -\frac{3}{4} < x < \frac{3}{2}\right\}$

2º. Justifique sus respuestas.

a) Si a ∈ [1,2] ¿Podría Ud. afirmar que a ∈ [-3,4)?
b) Si a ∈ (-2,6) ¿Podría Ud. afirmar que a ∈ (-1,3)?

3º. Dados los siguientes conjuntos, resolver gráficamente las operaciones indicadas; expresar el resultado en notación de intervalo y notación conjuntista.

$A = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge -3 \leq x < 1\}$ $B = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge 1 \leq x \leq 4\}$ $C = [-3,\ 5)$ y $D = [2,\ \infty)$

$a)\ A \cap B$ $b)\ A \cup C$ $c)\ A \cap D$

$d)\ R - C$ $e)\ D - A$ $f)\ (A \cup C) \cap C$

4º. Para cada una de las siguientes inecuaciones:

$a)\ x - 6 \geq 4$ $b)\ 3x^2 + 5x \geq 0$ $c)\ x + 4 \geq \frac{1}{2}(4x + 4)$ $d)\ |x - 1| > 4$

e) $|-x + 2| < 5$ f) $\left|\frac{4x+5}{3}\right| \geq \frac{1}{6}$

I. Resolverlas y representar el conjunto solución.
II. Comprobarlas para algún valor adecuado de la incógnita.

5°. Escribir en notación científica los siguientes números:

a) 241,5 b) 0,0000308 c) 721023 d) 0,0034

6°. Expresar las siguientes operaciones en notación científica y resolverlas:

$a)\ 0{,}0001200\ .360000 =$ $b)\ \frac{698000}{0{,}07} =$ $c)\ \frac{20000\ .0{,}000004}{5.10^3} =$

7° Plantear y resolver los siguientes problemas.

a) Joaquín quiere reparar unos autitos que encontró sin ruedas. El consigue una docena y media de ruedas. Pide ayuda a sus tres amigos y éstos le consiguen 22; media docena y 19 ruedas respectivamente. ¿Cuántas ruedas consiguieron en total? ¿Cuál es la cantidad máxima de autos que podrá reparar?

b) Si la masa del electrón es 9.11×10^{-31} kg y la masa del protón es 1.67×10^{-27} kg, entonces...
   I. El electrón tiene más masa que el protón.
   II. El electrón tiene menos masa que el protón.
   III. No se pueden comparar las masas porque el orden de magnitud es distinto.

c) La velocidad de la luz es $3\text{x}10^8$ m/s aproximadamente.
   I. ¿Qué distancia recorre la luz del sol en un año?
   II. ¿Cuánto tarda la luz del sol en llegar a Plutón? (distancia del Sol a Plutón: $5{,}914 \text{ x } 10^6$ km)

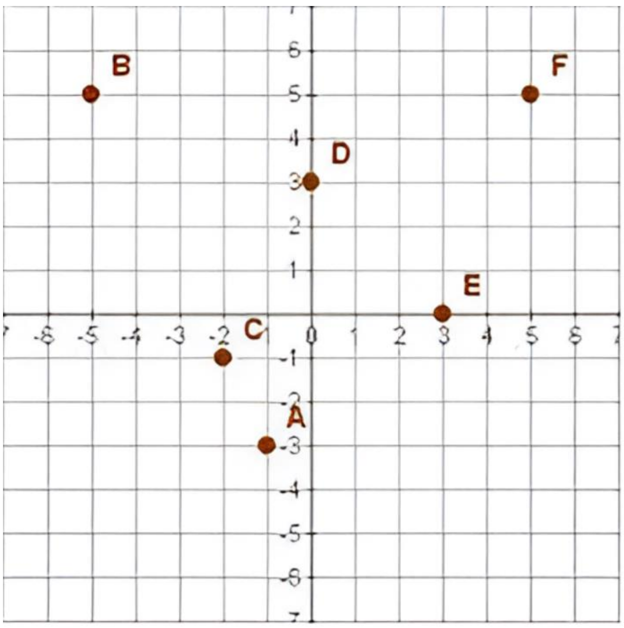
d) Clara y Nicole son primas y se llevan dos años de diferencia, siendo Clara la menor. Si la suma de sus edades es menor que 18, ¿Cuántos años puede tener cada una de ellas?

♥ *Ejercicio recreativo:*
Si m = 14, ¿cómo pueden representarse los números 13, 15 y 16 en términos de m?

TRABAJO PRÁCTICO Nº 3: FUNCIONES

1º. En un sistema de ejes coordenados cartesianos represente los siguientes puntos: (-1,2); (3,3); (-3,-2); (0,2); (-1,0); (-½, ½), (-¾,1); (0,0).

2º. Indicar las coordenadas de cada uno de los puntos designados con una letra en el siguiente gráfico:



A = (,)

B = (,)

C = (,)

D= (,)

E = (,)

F = (,)

3º. Indicar en qué lugar del plano (cuadrante/s) se encuentra un punto si:

a) Igual ordenada.
b) Igual abscisa.
c) La positiva y ordenada nula.
d) Su abscisa es positiva y su ordenada es negativa.

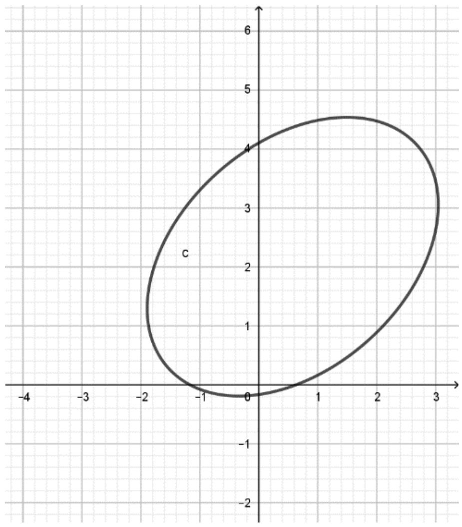
4º. Indicar cuáles de los siguientes gráficos, diagramas, tablas y/o fórmulas corresponden a una función. En caso afirmativo indicar dominio e imagen.

a) y = 2x - 3

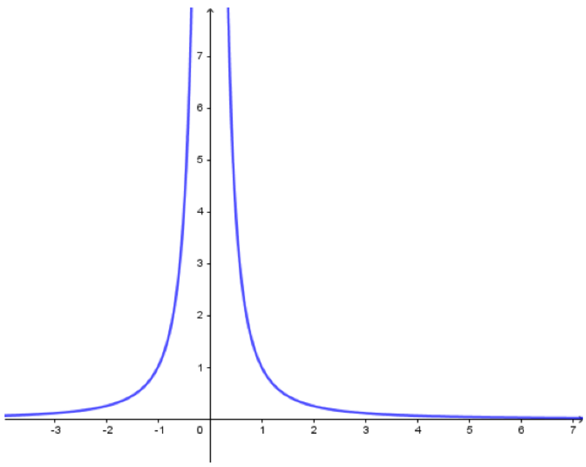
b) y = sen x

c) $y = \frac{1}{x}$

d)



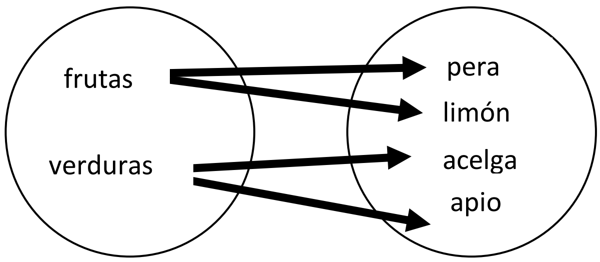
e).

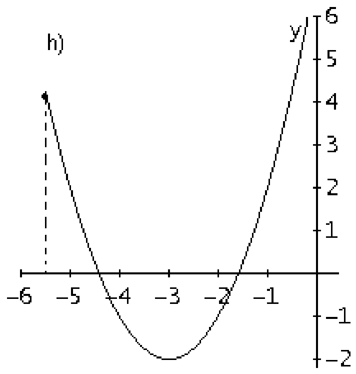


f)

talle	S	M	L	XL
Precio($)	150	200	210	220

g)





5º. Dadas las siguientes funciones, determinar su dominio:

$a) f(x) = \dfrac{x-6}{-x^2 - 6x - 8}$ $\quad b)\ f(x) = \dfrac{\sqrt{5\,x-2}}{3-x}$ $\quad c) f(x) = (\,x+4)\sqrt{x-10}$

$d)\ h(x) = \dfrac{1}{-x-3} - 7$ $\quad e)\ g(x) = \sqrt[3]{x^2-3}\sqrt{x-1}$ $\quad f)\ f(t) = -5t^5 - t^4 + 7t + 6$

6º. Defina una función que represente:

a) El cuadrado de un número aumentado en 2.
b) El producto del cubo de un número por el triplo de su recíproco.
c) La diferencia existente entre un número y la mitad de su cuadrado.

7º. Los siguientes enunciados describen funciones. En cada caso encuentre la fórmula correspondiente e indique su dominio e imagen.

a) El perímetro de un cuadrado depende del lado.
b) El costo (C) de viajar en un taxi es de \$250 más \$27,5 por cada 100 m de recorrido.

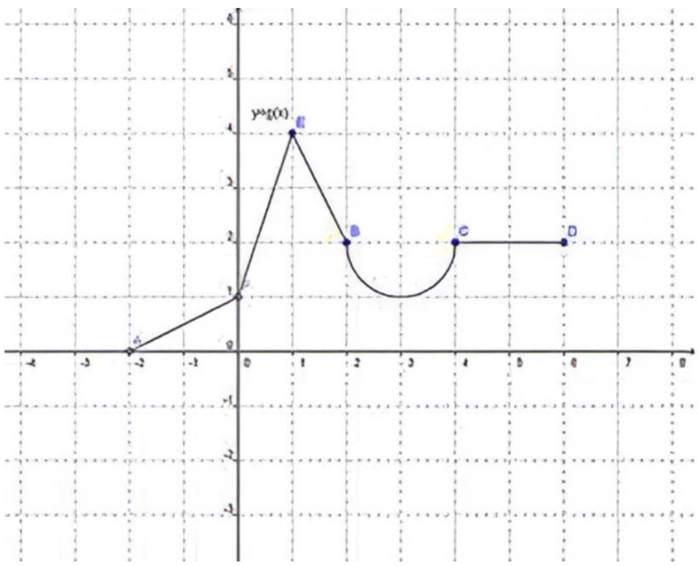
8°. Dada la siguiente función determine de ser posible: $g(-9),\ g\left(\frac{3}{4}\right),\ g(1),\ y\ \ g(4)$

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + 2 & si \quad x \leq 0 \\ \cos x \quad si & 0 < x < 1 \\ \sqrt[3]{x-1} & si\, x > 1 \end{cases}$$

9º. Un motociclista conduce durante 35 minutos a 85 km/h. Se detiene a descansar 15 minutos y reanuda la marcha recorriendo 130 km en 2 hs.

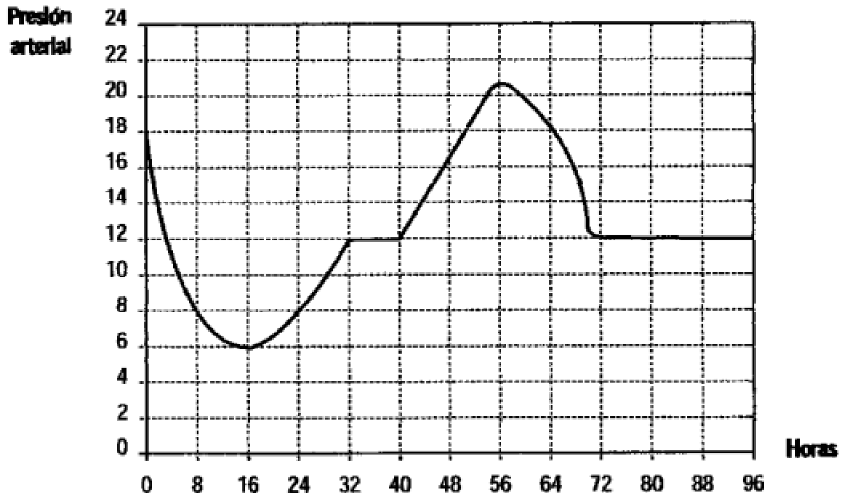
a) ¿Qué distancia recorrió?
b) ¿Cuál es su velocidad promedio?

10º. El siguiente gráfico se representa la función g (x). A partir del análisis del gráfico responda:



a) Punto inicial.
b) Intersección con el eje de las ordenadas.
c) ¿Dónde se encuentra el mínimo de la función? ¿Y el máximo?
d) Intervalo/s donde es creciente. Intervalo/s donde es decreciente.
e) Intervalo/s donde es constante.
f) ¿En algún momento la función se torna negativa?

11º. Se ha tomado la presión arterial a un paciente hospitalizado durante un tiempo. Los registros se han representado gráficamente en la siguiente figura:



Observar la gráfica y responder las siguientes preguntas:

a) ¿Durante cuánto tiempo se tomaron los datos de la presión arterial del paciente?
b) ¿Entre qué valores osciló la presión?
c) ¿En qué periodos el valor de la presión estuvo aumentando?
d) ¿Cuándo fue disminuyendo?
e) ¿En algún momento se mantiene constante?
f) ¿Cuál fue la presión máxima y cuándo la alcanzó?
g) ¿Cuál fue la mínima? ¿A qué hora del día
h) ¿Cuál es el dominio de la función? ¿Cuál es la imagen?

♥ *Ejercicio recreativo:*
Una soga de 19 metros se corta en dos trozos. Uno de los dos trozos es dos metros más largos que el otro. ¿Cuáles son las longitudes de los trozos?

TRABAJO PRÁCTICO Nº 4: FUNCIÓN LINEAL

1°. Sea y = ax + b

a) ¿Cuál será la representación gráfica si a>0?
b) ¿Cuál será la representación gráfica si a<0?
c) ¿Cuál será la representación gráfica si a=0?
d) ¿Cómo son entre sí las rectas $y_1 = ax + b$ y $y_2 = ax + c$?
e) ¿Cómo son entre sí las rectas $y_1 = ax + b$ y $y_3 = (-1/a)\, x + d$?

2º. Dadas las siguientes expresiones:

$a)\ y = 3 - 0{,}25\,x \quad b)\ x^2 + y = 2x - 5 \quad c)\ y - 5x - 6 = 0 \quad d)\ x.y = 3$

I. Indicar cuáles de ellas representan funciones lineales.
II. Para las que sean funciones lineales, indicar pendiente, ordenada al origen y graficarlas.

3º. Determinar la ecuación de la recta que cumple con la condición indicada en cada caso. Graficar.

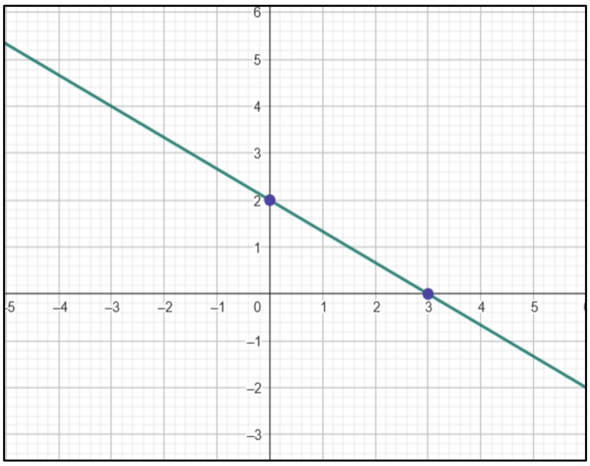
a) Pasa por P (-2, 5) y tiene pendiente –5
b) Pasa por P (4, 3) y Q (-2, 6).
c) Tiene pendiente ½y corta al eje de las ordenadas en 3.
d) Pasa por el origen de coordenadas y tiene pendiente ¾.
e) Es horizontal y pasa por P (9,–3).
f) Pasa por P (3, 6) y forma un ángulo de 60° con el semieje positivo de las abscisas.

4°. Dada la ecuación de la recta $y = 6y - x + 12 = 0$, escribir la ecuación de una recta:

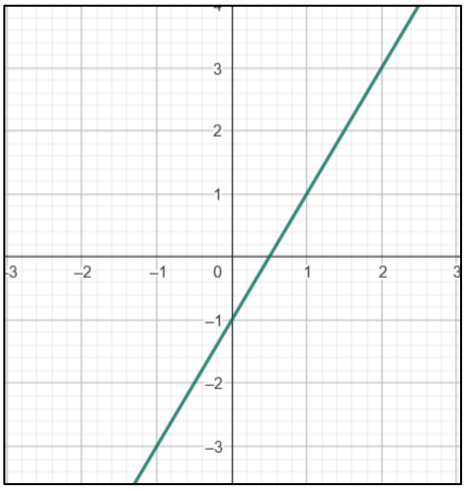
a) Perpendicular a ella y que pasa por el punto (1/2, 6).
b) Paralela a ella y pasa por el origen.
c) Perpendicular a ella y de ordenada al origen -1.

5º. Escribir la ecuación de la recta representada en cada uno de los siguientes gráficos.

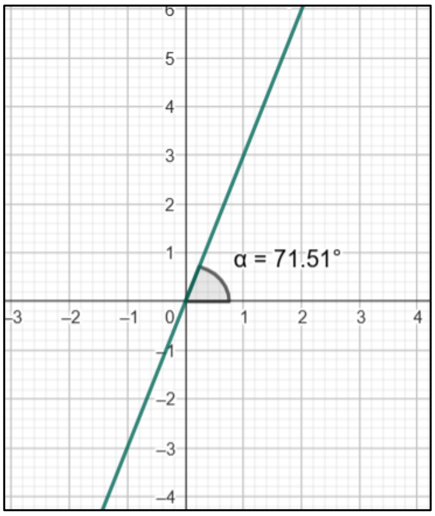
a)



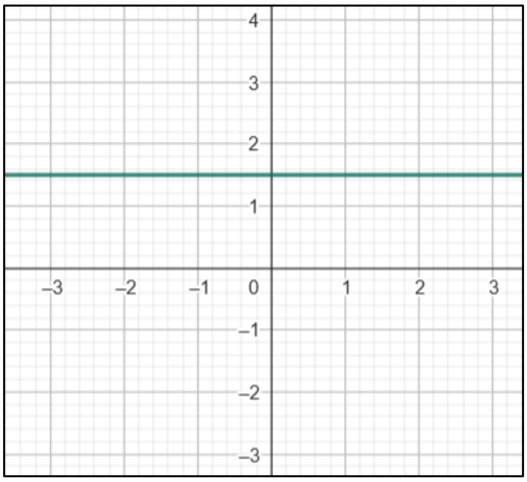
b)



c)



d)



6°. Escribir la ecuación lineal que modela las siguientes situaciones. Indicar su dominio.

a) En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 2 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que en la primera semana ha pasado a medir 2.5 cm. Establecer una función afín que dé la altura de la planta en función del tiempo y representar gráficamente.

b) Una empresa de taxis establece sus precios mediante: $3,10 por km recorrido y $50 por paquete o valija. Expresar la función que relaciona el precio por traslado en función de kilómetros recorridos, con una valija. ¿Cómo se expresa si las valijas fueran 3?

7º. La ecuación (2 – k)x + 3y – 4 = 0 representa una recta perpendicular a la recta cuya ecuación es $-6x + y - 9 = 0$. ¿Cuál es el valor de k?

8°. El gasto en la cantidad *x* de insumos de la empresa A se calcula usando la función:

$$f(x) = \frac{9}{4}x + 20$$

En cambio, la empresa B gasta sus insumos según la función:

$$f(x) = \frac{4}{3}x + 50$$

I. ¿En cuál de las empresas el crecimiento del gasto es más "lento"?
II. ¿Es verdad que, si cada una de las empresas compra más de 32 unidades de insumos, la empresa A gasta menos que la empresa B?

9º. Se pone a calentar una sustancia, la expresión de la temperatura (en ºC) en función del tiempo (min) es: $T(t) = \begin{cases} 12\,t + 10 & si \quad 0 \leq t < 15 \\ 150 & si\; t \;\geq 15 \end{cases}$

a) ¿Cuál es la temperatura del líquido al comenzar la experiencia? ¿Qué dato indica esto en la expresión de T (t)?
b) ¿Cuánto aumenta la temperatura por minuto? ¿Qué dato indica esto en la expresión de T (t)?
c) ¿Qué temperatura alcanza la sustancia a los 7 minutos? ¿Y a los 15?
d) ¿En qué momento la temperatura será de 142ºC? ¿Y de 186?
e) Graficar la función.

♥ *Ejercicio recreativo:*

Un club de futbol vecinal dispone de $50.000 mensuales para premio a sus jugadores. La política del club es que el dinero se divide en partes iguales entre los jugadores que cumplieron con la asistencia a los entrenamientos (los que no asistieron no cobran premio).

a) Completar la siguiente tabla (teniendo en cuenta que todos los deportistas que asistieron cobran lo mismo)
b) Hallar una fórmula que le permita al tesorero del club calcular lo que cobra cada deportista en función de la cantidad de deportistas que asistieron al club.

Cantidad de Deportistas	5	7	10	12	15	22
Premio de cada uno						

TRABAJO PRÁCTICO Nº 5: FUNCIÓN CUADRÁTICA

1°. Dada la expresión $y = 2x^2 - 3x + 1$ encuentre sus raíces y su vértice. Escriba la expresión en forma canónica y en forma factorial.

2°. Dadas las siguientes funciones de 2º grado

$a)\; y = -4x^2 + 4x + 1$

$b) y = -3\;(x-3)^2 - 4$

$c)\; y = 3 - 2(x^2 +\; 5)$

$d)\; y = 3(x-3)(x+1)$

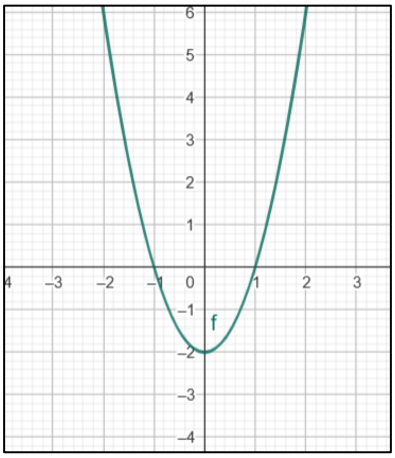
Para cada una de ellas determinar:

I. Las coordenadas del vértice.
II. La ecuación del eje de simetría.

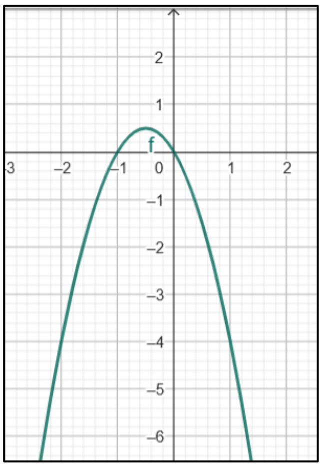
III. La concavidad.
IV. La naturaleza de las raíces mediante el discriminante de la ecuación de 2º grado correspondiente.
V. Los ceros de la función si correspondiere.
VI. Graficar la función.

3º.- Dadas las siguientes gráficas.

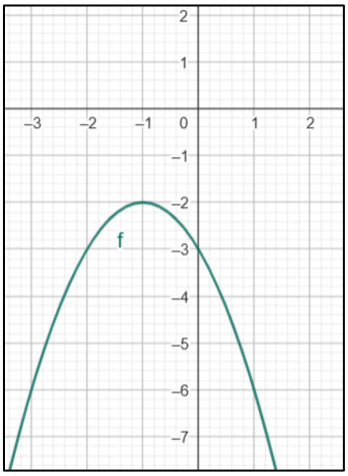
a)



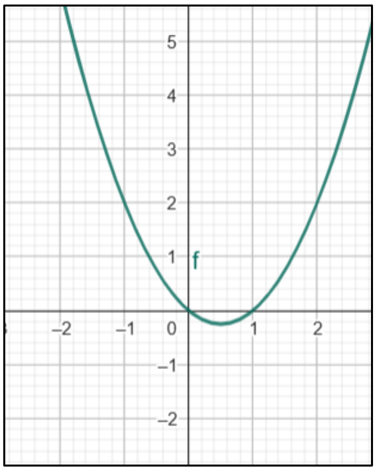
b)



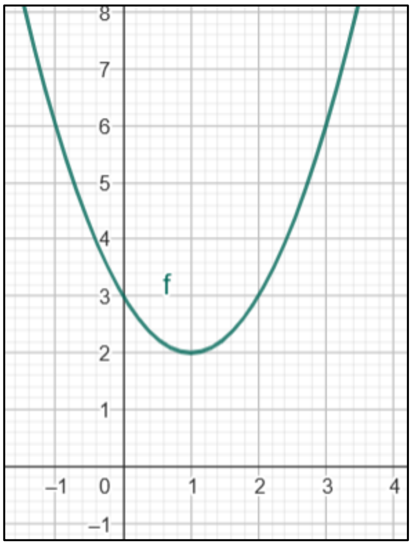
c)



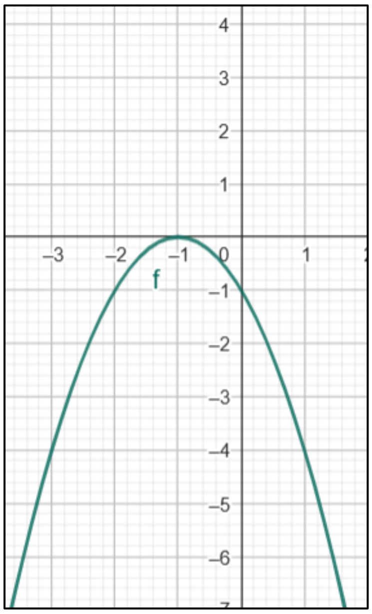
d)



e)



f)



Para cada una de ellas:

I. Indicar las coordenadas del vértice.
II. Indicar la ecuación del eje de simetría.
III. Indicar la concavidad.
IV. Indicar los ceros de la función, si correspondiere.
V. Determinar la fórmula de la función.

4°. Sea f(x) = (2x + 3) (x + 2) - 7x, indicar si los siguientes puntos pertenecen al gráfico de f(x) o no.

a) (2; –4) b) (0, 0) c) (–2,14) d) (0, 6)

5°. Determinar los valores de k para que se cumpla la condición requerida:

a) $x^2 + kx + 3 = 0$ tenga dos soluciones reales.
b) $-x^2 - kx - 5 = 0$ tenga una única solución.
c) $2x^2 - x - k = 0$ carezca de soluciones reales.

6º. Determinar el valor de m en la ecuación $3x^2 - mx + 12 = 0$, sabiendo que una de sus raíces es 2.

7º. La ecuación $3x^2 + kx - 30 = 0$ tiene a 2 como raíz. Calcular el valor de “k” y la otra raíz.

8º. Encontrar la ecuación de la parábola que tiene su punto mínimo (-1,2) y el coeficiente del término cuadrático es 2.

9°. Una función cuadrática tiene una expresión de la forma: $y = x^2 + ax + a$ y para por el punto (1,9). Calcular el valor de a

10°. La ganancia de una empresa está dada por la siguiente fórmula: $f(x) = -x^2 + 100x$. Si x representa los productos vendidos. ¿Cuál es la cantidad de productos vendidos que les generó la máxima ganancia?

11°. El arco parabólico de un puente de arco que cruza un río tiene 60 m de ancho y una altura desde el plano de arranque hasta el punto más alto de 10 m. Para poder determinar la coordenada de cualquier punto del arco se desea conocer la expresión matemática de la función cuadrática correspondiente a dicho arco.

a) Encuentren la expresión matemática de la parábola.
b) Encuentren el valor de la ordenada del punto de la parábola situado a 20 m del centro.
c) Representen en coordenadas cartesianas a través del GeoGebra la parábola que responde al problema planteado.

12°. Lanzamos un proyectil. La altura alcanzada y (en Km) y los kilómetros recorridos, x, están relacionados por la ecuación $y = -4x^2 + 8x$. Calcular la máxima altura alcanzada por el proyectil.

13°. Calcular las dimensiones de un rectángulo para que su área sea máxima, teniendo en cuenta que su perímetro es de 100 cm.

14º. Los físicos dicen que, si un cuerpo se deja caer libremente desde un punto por encima del suelo, el número de pies (d) recorrido será 16 veces el cuadrado del número (t) de segundos durante los cuales cae. Halle una fórmula que vincule d con t. Usando esa fórmula conteste:

a) Si un joven deja caer una piedra desde un puente, y ésta tarda 2 segundos en llegar al agua ¿A qué distancia sobre la superficie del agua está el joven?
b) Si un objeto se deja caer desde un globo aerostático que está a una altura de 400 metros ¿Cuánto tardará el objeto en tocar el suelo?

15º. En una isla se introduce una cantidad de abejas el 1 de marzo. La siguiente función permite calcular la cantidad de abejas que hay en la isla x días después del 1 de marzo. $C(x) = -5(x + 20)(x - 80)$.

a) ¿Qué día la población de abejas es mayor?
b) ¿Cuál es la mayor cantidad de abejas que llega a haber en la isla?
c) ¿Cuántas abejas habrá en la isla el 5 de abril?
d) ¿Cuándo se extinguen las abejas?

♥ *Ejercicio recreativo:*
Un ómnibus sale de la terminal con una cierta cantidad de pasajeros. En la primera parada bajan 15 personas y suben 3. En la segunda parada bajan la tercera parte de la cantidad inicial de pasajeros y nadie sube. En la tercera parada bajan las dos terceras partes de los pasajeros que estaban en el ómnibus. Al llegar a destino solo quedan 4 personas. ¿Cuál es la cantidad inicial de pasajeros?

TRABAJO PRÁCTICO N.º 6: EXPRESIONES ALGEBRAICAS ENTERAS

1º. Dadas las siguientes expresiones

$a)\ A(x) = 4x^2 - \cos x$ $\quad b)\ B(s) = \frac{1}{3}s^3 + 4s^2 + \frac{3}{6}s^8$ $\quad c)\ C(t) = 3\sqrt{t} + 5t - t^4$

$d)\ D(x) = -3x^3 + 2x + 4^{\frac{3}{2}}$ $\quad e)\ E(h) = 4\pi h h^4 + 2\pi h^2 + \pi$ $\quad f)\ F(p) = 7 - \frac{1}{p}$

Para cada una de ellas:

Identificar las que sean polinómicas. Las que no sean, justificar por qué no lo son.

Para los polinomios.

a) Identificar la variable de la cual depende.
b) Indicar el grado.
c) De ser necesario, completarlos y ordenarlos en forma decreciente.

2º. De ejemplos de:

a) binomio de tercer grado.
b) monomio de quinto grado.
c) trinomio de cuarto grado.

3º. Escribir como expresiones algebraicas de una variable las siguientes expresiones:

a) El doble, del siguiente de un número x.
b) El volumen de una caja prismática cuyos lados son tres lados consecutivos.
c) Un número impar.
d) La suma entre un número par y su consecutivo.

4°. Sea el polinomio $P(x) = 5x^3 - 4x^2 + 6x - 11$.

a) Escribir este polinomio de tal manera que sus tres últimos términos queden dentro de un paréntesis precedido del signo (-).
b) Escribir el polinomio dado de tal manera que sus dos términos centrales queden dentro de un paréntesis precedido del signo (+).
c) Evaluar el polinomio dado y los obtenidos en los puntos a) y b) en x= -2.
d) ¿Cómo son los resultados obtenidos en el punto c)

5º. Encontrar a, b, c y d de modo que

$$(b-c)x^5 + d\,x^3 + \frac{4}{3}(c+d)x^2 + (-2\,b-a)x + a \;= -\frac{1}{2}x^5 + 2x^2 - 5x + 3$$

6º. Dados $P(x) = 6x^3 - 2x^4 + x$, $Q(x) = -2x^2 + 5x^3 - 2$, $R(x) = 3 - x$, $S(x) = x^{11} + 3x^7 + x^2 + 7x^3$ y $T(x) = 10x^5 + x^2 + 7x^3$

Calcular:

a) P(x) + Q(x)	d) P(x) . Q(x)	g) P(x) : Q(x)
b) 5 S(x) – Q(x)	e) P(x) . R(x)	h) T(x) : Q(x)
c) Q(x) – P(x)	f) (R(x) . P(x)) : 2	i) P(x) : [Q(x) – R(x)]

7º. Encontrar el valor de m en los siguientes polinomios para que se cumpla la condición indicada en cada caso.

a) $P(x) = x^3 + 2x^2 - m\,x$ para que $P(-1) = 3$.
b) $Q(x) = -x^2 + m\,x - 3$ para que 3 sea raíz de $Q(x)$.
c) $R(x) = 2x^4 - 4x^3 - (m + 2)x^2 + (m - 1)x + 3$ para que $-0{,}5$ sea raíz de $R(x)$.
d) $S(x) = 2x^3 + mx - 3x - 4$ sea divisible por $x + 1$.

8°. ¿Qué expresión hay que sumar a: $-7y + 5 - 8y^2$ para que la suma sea 1?

9º. Hallar el polinomio divisor Q(x), siendo el dividendo $P(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 26$, el cociente $C(x) = x + 2$ y el resto $R(x) = 14$.

10º. Con una cartulina rectangular, cuyos lados miden 25cm y 20cm, se quiere construir una caja. Se recortan en las esquinas 4 cuadrados, siendo x la medida del lado de cada uno. La Caja se forma plegando la cartulina.

a) Expresar mediante una función polinómica la superficie de la base
b) . Expresar mediante una función polinómica el volumen de la caja.

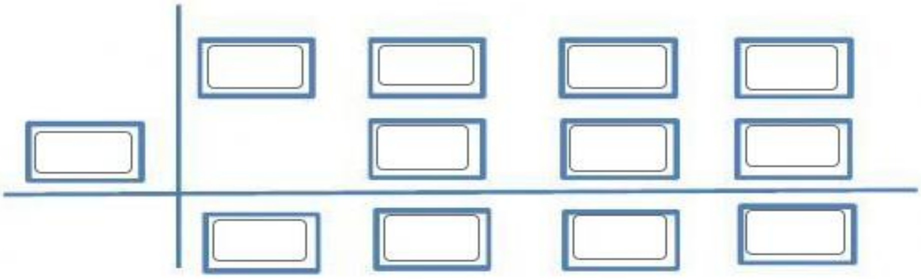
♥ *Ejercicio recreativo:*

Los teléfonos actuales tienen asignados a sus teclas letras y números, por lo que a muchas empresas que contratan el servicio de 0800 le asignan números fáciles de memorizar para sus clientes. Así, por ejemplo, una escuela podría tener el 0800372852, que se corresponde con el 0800ESCUELA.

¿Qué número habrá que marcar para comunicarse con el 0800HELADOS? ¿A qué palabra corresponderá el 08001843367?

TRABAJO PRÁCTICO Nº 7: TEOREMA DEL RESTO – REGLA DE RUFFINI

1º. Especifique los pasos a seguir al aplicar la Regla de Ruffini con $P(x) = 2x^3 + 2x^2 - 5x - 5$ y $Q(x) = x + 1$.



Especificar el cociente $\boxed{}$ y el resto $\boxed{}$

2º. Reemplace en la ecuación al emplear el Teorema del Resto, para evaluar si $P(x) = x^2 - 8x - 12$ es divisible por $Q(x) = x - 6$, resulta:

$$P(\boxed{}) = \boxed{}^{2} - 8 . \boxed{} - 12 = \boxed{}$$

Por lo tanto, ¿ $P(x)$ y $Q(x)$ son divisibles? Responder

3º. Determinar el valor de k y responder lo pedido en cada caso, indicando el concepto que usa:

a) Para que el resto sea 7 al dividir el polinomio $x^2 - 3x + 2k$ *entre* $x + 2$ aplicamos el Teorema del Resto $R = (-2)^2 - 3(-2) + 2k = 7$ *sí y solo sí*, $2k = -3$, *entonces* $k = -\frac{3}{2}$

b) Dados: P(x) = $x^4 + kx^3 + kx + 4$ y P(2)= 6, ¿Cuánto vale P(-2)?

Aplicamos el concepto de valor numérico

$$P(2) = (2)^4 + k.2^3 + k.2 + 4 = 6 \text{ entonces } 20 + 10k = 6 \text{ por lo tanto } k = -\frac{7}{5}$$

Por lo tanto $P(x) = x^4 - \frac{7}{5}x^3 - \frac{7}{5}x + 4$, ahora calculamos P(-2) y aplicamos nuevamente el concepto de valor numérico de un polinomio:

$$P(-2) = (-2)^4 - \frac{7}{5}.(-2)^3 - \frac{7}{5}.(-2) + 4 = 20 + 14 = 34$$

4º. Aplicar el teorema del resto para decidir si Q(x) es divisor de P(x).

a) $P(x) = 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3$ $\quad Q(x) = x + 1$

b) $P(x) = x^4 - 9x^2 + 8x + 15$ $\quad Q(x) = x + 4$

c) P(x) = x^2 – (a + 2) x + 2a $\quad$ Q(x) = x – 2

5º. Si -5 es raíz de P(x) ¿Que puede afirmar de la división P(x) : (x+5)?

6º. Encontrar k para que al hacer la división

a) ($5x^2 + kx + 2$) : ($x + 1$) se obtenga de resto 8.

b) ($5x^2 - kx + 3$) : ($x + 2$) sea exacta.

c) ($x^2 + kx - 1$) : ($x - 4$) se obtenga un resto igual a – 3.

7°. Dado $P(x) = 2x^2 + x - 3$. Buscar entre los números –1,5; 0; 1,5; y 1 las raíces de P(x).

8°. Sabiendo que $(x - 2)(ax^2 + bx + c) = 3x^3 - 2x^2 - 7x - 2$ hallar a, b y c.

9º. Hallar el valor de "m" para que Q(x) sea divisor de P(x) empleando la regla de Ruffini.

a) $P(x) = 3x^2 - 4x + m$ $\qquad$ $Q(x) = x + 2$.

b) $P(x) = m^2x^4 - 3mx^2 + 1$ $\qquad$ $Q(x) = x - 1$

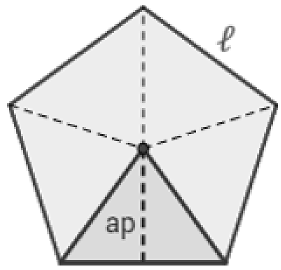
c) $P(x) = mx^4 - x^3 + m x^2 - x + k$ $\qquad$ $Q(x) = x - \frac{1}{2}$

10º. Indicar el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

$a)\ (2x^5 - 5x^4 + 8x^3 - 5x^2 - 2x + 2):(x - 1)$ $\qquad$ $b)\ (0{,}5\,x^3 + 5):(x + 2)$

♥ Ejercicio recreativo:

Para realizar una maqueta del pentágono se necesita calcular el área y el perímetro del mismo sabiendo que: lado 12cm y apotema 8 cm.



TRABAJO PRÁCTICO Nº 8: FACTOREO DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS I

1°. Extraer factor común en las siguientes expresiones.

$a)\ 2x^3y - 3x^2y^2 + 11x^4y^2 - 9x^3y^3$ $\qquad$ $b)\ 4m^4n^2 - 8mn^2 + 14m^5n^4$

$c)\ (a - b)^2 - 3(a - b) + 5a(a - b)$ $\qquad$ $d)\ \frac{3}{2}vx - \frac{15}{4}x^2 - \frac{21}{4}xy - \frac{3}{4}x$

2º. Extraer el factor común indicado para cada caso.

a) $\frac{3}{2}z^2 - \frac{10}{3}z^3 + \frac{2}{3}z^2$ $\qquad$ factor común: $\frac{2}{3}z$

b) $\frac{1}{3}h^6 - 2h^4 + 3h^3 - \frac{2}{3}h^5$ $\qquad$ factor común: $-\frac{1}{3}h^2$

c) $\frac{12}{5}x^5 - \frac{8}{3}x^4 + \frac{27}{4}x^3$ $\qquad$ factor común: $-\frac{5}{3}$

d) $10a^{10} - 12a^8 + 2a^6$ $\qquad$ factor común: $-a^4$

3°. Dados los siguientes polinomios.

$a)\ x^3 - x^2 - x + 1$ $\qquad$ $b)\ 15m - 3a - ab + 5bm$

$c)\ 2x^2 + x - 2 - x^3$ $\qquad$ $d)\ 3x^5 + x^4 - 3x - 1$

$e)\ \frac{3}{2}a^2b + \frac{3}{4}ma^2 + \frac{5}{2}abm + \frac{5}{4}m^2a$ $\qquad$ $f)\ -2x^{58} + 12x^{57} - 18x^{56} + 2x^2 - 12x + 18$

I. Extraer factor común por grupos.
II. Para los casos a), c) y d) indicar las raíces $\mathbb{R}$ de dichos polinomios.

4°. Determinar si las siguientes expresiones son trinomios cuadrados perfectos. En caso afirmativo, factorizarlos.

a) $4x^2 + 4x + 1$ b) $x^2 + x + 1$ c) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$

d) $25x^6 + 20x^3 + 4$ e) $4x^4 + 8x^3 + 4$ f) $x^4 - 1{,}5x^2 + \frac{9}{16}$

5°. Completar los siguientes trinomios para que sean cuadrados perfectos.

a) $4x^6 +$ ……… $+ x^3$ d) $4x^4 - 8x^3 +$ ………

b) $m^4 - 4m^2x^3 +$ ……… e) $x^4 +$ ……… $- x^2$

c) $\frac{4}{9}a^4x^2 + 4a^2x +$ .... f) ……… $- 2\sqrt{3}\,x^2 + 3$

6°. Determinar m para que los siguientes trinomios sean cuadrados perfectos.

$a)\ x^2 + mx + 25$ $b)\ 9x^2 - 2mx + 1$

$c)\ \frac{1}{25}x^6 - 4x^3 + m$ $d)\ x^2 + 4x^2y^2 + m$

7°. Dados los siguientes cuatrinómios.

a) $8x^3 - 60x^2 + 150x - 125$ b) $27 - 27x + 9x^2 - x^3$

c) $x^3 - 9x^2y + 27xy - 27y^3$ d) $-x^3 - x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{27}$

I. Determinar si son cuatrinómios cubos perfectos. Si lo son, factorearlos.
II. Determinar las raíces reales de los que sean cuatrinómios cubos perfectos.

8°. Completar los siguientes cuatrinómios para que sean cubos perfectos:

$a) x^3 + 6x^2 +$………….. +…………..

$b) - 6z^2 + z^3 -$……….. + …………

$c) x^9 - 3x^6 +$…………..–…………..

$d) 240x^7y^3 - 125x^9y^3 +$………… –…………

♥ *Ejercicio recreativo:*

a) Se desea vender un terreno rectangular. El lado que se corresponde con la altura es 10 m y la diagonal 26 m. El m² se cotiza en \$ 4.000 ¿Cuánto dinero se obtendrá por la venta?

b) Dado el polinomio factorizado, determinar el polinomio original

P(x)= - 3x (x + 2) (x – 3)

P(x)= - x (x – 1)² (x + 1)

TRABAJO PRÁCTICO Nº 9: FACTOREO DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS II

1°. Factorear las siguientes diferencias de cuadrados.

$a)\ 49x^2 - 100$ $b)\ x^2 - 2$ $c)\ 4x^2 - \frac{25}{9}$

$d)\ (x+1)^2 - 1$ $e)\ x^8 - 1$ $f)\ 16x^4 - 1$

2°. Factorear y reducir a su forma más simple.

a) $(a + x)^2 - (x + 2)^2$ b) $m^6 - (m^2 - 1)^2$

c) $4x^2 - (x + y)^2$ d) $36(m + n)^2 - 121(m + n)^2$

3°. Factorear, de ser posible, las siguientes sumas o diferencias de potencias de igual grado.

a) $27a^3 - b^3$
b) $x^6 - (x + 2)^3$
c) $8y^{12} + y^6$
d) $a^4 + 16$
e) $1 - (a + b)^2$
f) $0{,}0016 - y^4$
g) $27a^3 + b^3$
h) $a^7 + b^7$

4º. Factorear de ser posible, los siguientes polinomios.

a) $2x - 1 + 4x^2 - 8x^3$
b) $a^5x^2 - 11a^5x + 18a^5$
c) $(x + 3)^2 - (x - 3)^2$
d) $a(x+1)^2 - x(a^2+ 1)$
e) $3(x - a)^2(x + a) - 3(x + a)^2(x - a)$
f) $(x - 1)(2x + 3) - (2x + 3)^2 + 4x + 6$
g) $(x - 1)(x - 2)(x - 3) + 6(x - 1)(x - 2) + 6(x - 1)$
h) $(x - 4)^2[(x + 4)^2 - 1]$
i) $(2x + 3)(4x + 5) - (4x^2 - 9) + (7x - 3)(2x + 3)$
j) $(2x - 5)[(2x + 5)^2 - 4]$

5º. La altura de un triángulo es de $2x + 10$. Calcular su base si el área está dada por $x^3 + 125$.

6º. Determinar un polinomio que:

a) Sea de 3º grado, tenga como raíces a –2, 1 y 5 y coeficiente principal 3.

b) Sea de 4º grado, tenga como raíces los nº –1, –2, 2, 5 y P(0) = 6.

c) Sea de 2º grado, tenga como raíces los nº –3 y 4 y coeficiente principal –3.

♥ *Ejercicio recreativo:*
Se quiere calcular el área de un cuadrado inscrito en una circunferencia de radio r = 10 cm.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 10: EXPRESIONES ALGEBRAICAS RACIONALES

1º. Simplificar las siguientes expresiones algebraicas.

a) $\dfrac{x^2-1}{x^3+3x^2-x-3} =$
b) $\dfrac{a^3-a^2-a+1}{a^2-1} =$
c) $\dfrac{3x^3-12x}{x^2-4x+4} =$

d) $\dfrac{ax^4-a}{(3x^2+3)(x^2+2x+1)} =$
e) $\dfrac{3x^3+24}{x^3-2x^2+4x-bx^2+2bx-4b} =$
f) $\dfrac{bx^9+bx^6-bx^7-bx^4}{x^6-x^5+x^3-x^2} =$

2º. Resolver las siguientes sumas y llevarlas a su forma más simple:

a) $\dfrac{3}{2x-4} - \dfrac{1}{x+2} - \dfrac{x+10}{2x^2-8}$
b) $\dfrac{2x}{x^2-6x+9} + \dfrac{6x}{x-3} + \dfrac{2x}{x^2-9}$

c) $\dfrac{x}{x^2+2x+1} + \dfrac{x}{2x-2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} - \dfrac{x^2}{x^2-1}$
d) $\dfrac{1-a}{1-a^3} + \dfrac{1+a}{1-a^2}$

e) Dados los siguientes polinomios:

$T = -3x^2 + 2x - 2$ $\qquad$ $U = -x+3$ $\qquad$ $V = 2x+3$

Hallar:

$$U = \frac{(2U^2 - T)V}{T} =$$

3º. Resolver las siguientes multiplicaciones y/o divisiones, simplificando cuando sea posible.

a) $\left(\dfrac{10y-5x}{-3t^2} \cdot \dfrac{2t^3-8t}{x-2y}\right) : \dfrac{t^2+2t+4}{t} =$
b) $\dfrac{\frac{1}{4}p^2-pq+q^2}{\frac{1}{8}p-\frac{1}{4}q} \cdot \left(\frac{1}{2}p - q\right)$

c) $\frac{x-0,5}{x^2-3x+9} . (x^3-27) . \frac{-6x}{2x^2+5x-3} =$

d) $\left(\frac{x^4-16}{3x+6}\right) : \frac{\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{3}}{x-2} =$

4º Simplifique las siguientes potencias y raíces.

$a)\ \sqrt{\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}+2} =$

$b)\ \sqrt[4]{\left(x^4+4\right)^2-\left(x^4-4\right)^2} =$

$c)\ \left(\frac{4x^2}{3x-3}\right)^2 \cdot \left(\frac{x-1}{2x}\right)^4 =$

5º. Resolver las siguientes operaciones combinadas.

a) $\frac{\left(\frac{1}{x+h}\right)-\left(\frac{1}{h}\right)}{h} =$

$b)\ \left(\frac{2}{x+2}\right)+\left(\frac{x}{x+2}\right)$

$c)\ \left(\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}\right) \div \left(\frac{a}{x-1}+\frac{a}{x+1}\right) =$

$d)\ \left(\frac{1}{x^2}-\frac{6}{x}+9\right) \div \left(\frac{3x-1}{x}\right) =$

c) $\left(1+\frac{2}{4x-3}\right) \div \left(\frac{4}{4x-3}+\frac{2}{16x^2-9}\right) =$

$d)\ \frac{\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{2x}\right) \cdot \left(\frac{4x}{8}-\frac{3x}{2}\right) =}{\frac{x-2}{x^2-4x+4} . \frac{4x-8}{2x}}$

g) $\frac{\frac{(x+3)^2}{4x-3}}{\frac{7x+21}{9-16x^2}} =$

6º.- Hallar P(x) que verifica la identidad dada.

$a)\ \frac{2x+1}{x-3} \cdot \frac{3x}{P(x)} = \frac{6x^2+3x}{x^2-2x-3}$

$b)\ \frac{25-x^2}{x^2+x} : \frac{x-5}{P(x)} = \frac{-3(x+5)}{x}$

♥ *Ejercicio recreativo:*

Hallar las dimensiones de una habitación rectangular si su área es de 70 m^2 y su perímetro es de 34 m.
El área de un rectángulo es (xy + 2x + y + 2) m^2, y uno de sus lados mide (x + 1)m. ¿Cuál es la medida del otro lado?

Obligatorio 3(tres) cuestionarios aprobados para cada Parcial

Recuerde para rendir el parcial llevar DNI y birome negra o azul.

Ejercicios de Autoevaluación para repasar antes del 1º Parcial.

Parte 1º. Responder verdadero o falso. NO justificar la repuesta. Escribir las repuestas con tinta azul o negra.

a) La suma de dos números naturales es siempre un número natural.
b) El cuadrado de un número negativo es otro número negativo.
c) Existen infinitos números racionales comprendidos entre 0 y 1/2.
d) $a + (-b + c) = a - b + c$
e) si $a = -2$ y $b = 0$, entonces $a : b = 0$
f) $\sqrt{(9 + 16)} = 3 + 4 = 7$
g) A = [2, 5) y B = (-1, 3] ⇒ A ∩ B = [2,3)
h) Las rectas y = 2x -3 e y = -x +3 son perpendiculares.
i) La imagen de la función y = (x – 2) (x + 3) es [-3, ∞).
j) El cociente entre $P(x) = 2x^3 - x + 1$ y $Q(x) = x^2 - x + 1$ es $C(x) = 2x + 2$
k) -6 es raíz de $5x + x^2 + 6$
l) El polinomio $x^4 - x^3 - 4x^2 - 2x - 12$ se puede expresar como $(x^2 + 2)(x-3)(x+2)$

m) $\frac{x^3-2x+3}{x^2+7x}$ no es una expresión algebraica racional.

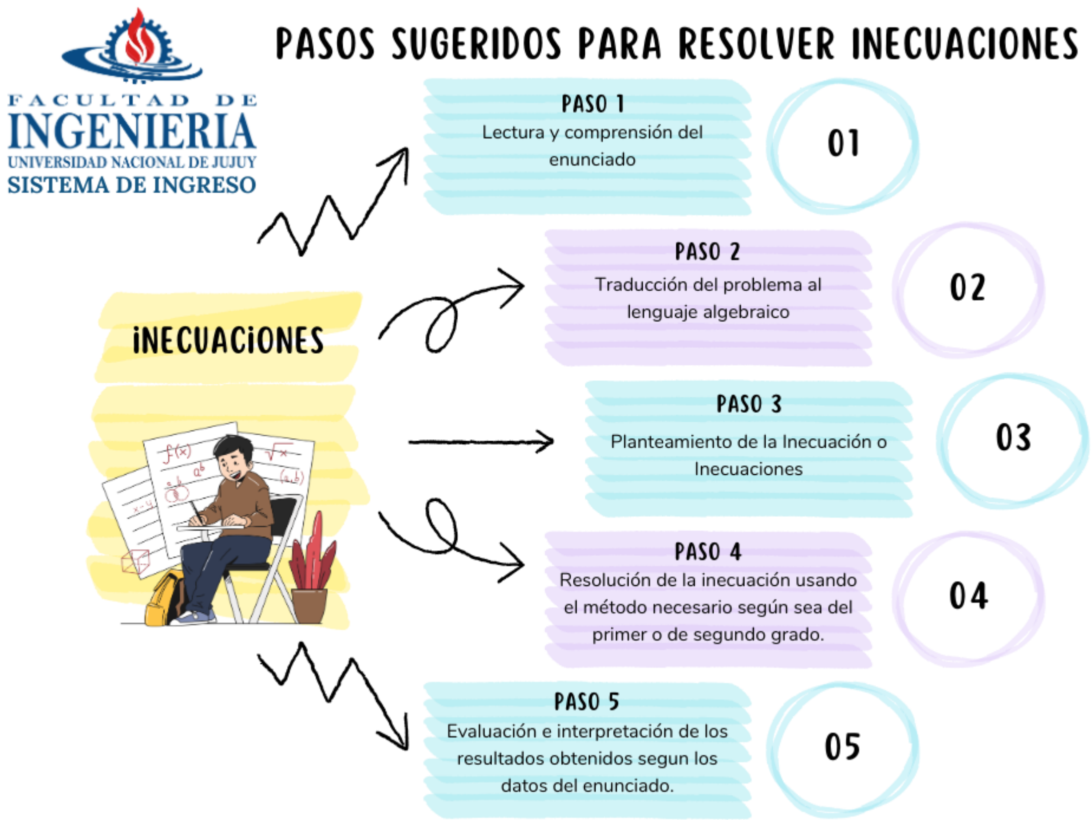
Parte 2º. Responder los siguientes ejercicios con la respuesta correcta. Escribir las repuestas con tinta azul o negra.

1. Completar con los símbolos, $\in$, $\notin$, $\subset$, $\subseteq$, ó $\not\subset$ según corresponda.
   a) 4 .... $\mathbb{N}$
   b) $\sqrt{2}$ .... $\mathbb{I}$
   c) $\mathbb{N}$........ $\mathbb{R}$
   d) {–2, π , 0} .... Z
   e) ½ ………… $\mathbb{Q}$
   f) $\mathbb{R}$ .... $\mathbb{Q}$
   g) 0,3 ….. $\mathbb{I}$
   h) $\mathbb{N}$ .... Z .... $\mathbb{Q}$ .... $\mathbb{R}$
2. Dado el conjunto S = {12; 5/3; $\sqrt{5}$; -8; 17; π; 0,6}, encontrar:
   a) $S \cap \mathbb{N}$
   b) $S \cap \mathbb{Q}$
   c) $S \cap \mathbb{I}$
   d) $S \cap Z$
3. Expresar como intervalos las siguientes condiciones:
   a) $x > -2$
   b) $x > 1$ y $x < -3$
4. Un auto se encuentra a 3km de distancia de Ud. y se acerca a 2km/h. ¿Cuál es la función que expresa la distancia del auto hacia Ud. en función del tiempo?
5. Determinar el valor de k para que las rectas 3x + 6ky = 7 y 9kx + 8y = 15 sean paralelas.
6. ¿Cuál es el número cuyo cuadrado disminuido en 20 es igual a ocho veces ese número?
7. Realice la siguiente operación $(3x^4 + 2x^3 - 4x – 4) / (x^3 – 2x^2)$
   a) Escriba el cociente
   b) Escriba el resto.
8. Hallar los valores de k para que $(3 + k) x^2 + k^2 x – 5$ sea divisible por x – 1
9. Completar el cuatrinomio para que sea cubo perfecto.: $– y^9$ + ………. – ……….. + 1
10. Resolver $\left(\frac{a-b}{a^2-b^2}\right) : \frac{(a-b)^2}{a+b} =$

Parte 3º. Marque la opción correcta. Si ninguna coincide, coloque una **N**.

1. ¿Cuál es el conjunto solución de $\frac{x-1}{x+2} > 3$?
   A) (-7/2 , -2) B) (-7/2 , 2) C) (-2 , 7/2) D) (-∞ , -7/2)
2. La notación del conjunto: $\{x/x \in \mathbb{R} \wedge -1 \leq x \leq 5\}$ como intervalo es:
   A) (-1 , 5) B) (-1 , 5] C) [-1 , 5) D) [-1 , 5]
3. El dominio de la función $f(x) = \frac{x-8}{x-4}$ es
   A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R}$ - {-2 , 2} C) $\mathbb{R}$ - {-4 } D) $\mathbb{R}$ - {2}
4. ¿Qué cuadrante del plano no atraviesa la recta y = 8(x + ½) ?
   A) Primero B) Segundo C) Tercero D) Cuarto
5. La función $y = -(x + 2)^2 + 1$ pasa por el punto
   A) (-1 , 5) B) (-1 , -8) C) (1 , -8) D)(0 , 5)
6. Una raíz del polinomio que resulta de resolver $(x^2 – x – 6)\, x^2$ es:
   A) -5 B) -1 C) -3 D) 5
7. El valor de k para que P(1) = 7 con $P(x) = 2x^2 –k -6x$ es:
   A) 11 B) -11 C) 33 D) 0
8. Sea el binomio $x^4 - 9x^2$ se puede expresar como:
   A) $x (x-3)^2$ B) $(x^2 – 3x)^2$ C) $x^2 (x-3) (x+3)$ D) No se puede factorizar
9. Al simplificar la expresión $\frac{x^2+5}{x^4-25}$ se obtiene:
   A) $(x+5)^2$ B) $\frac{1}{x^2-5}$ C) x (x+5) D) $\frac{x^2+5}{(x^2-5)^2}$

TRABAJO PRÁCTICO Nº 11: ECUACIONES – INECUACIONES



1°. Resolver y verificar las siguientes ecuaciones en $\mathbb{R}$.

a) $4(x-10) = 6(2-x) - 6x$

b) $\frac{x-1}{4} - \frac{x-5}{36} = \frac{x+5}{9}$

c) $\frac{2x+5}{x^2+2x+1} =$

d) $\frac{x-3}{x+3} = \frac{6-x}{6+x}$

e) $\sqrt{x+2} - \sqrt{2x+2} + 1 = 0$

f) $\sqrt[3]{5x+12} = 12 - \sqrt[6]{5x+12}$

g) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

h) $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$

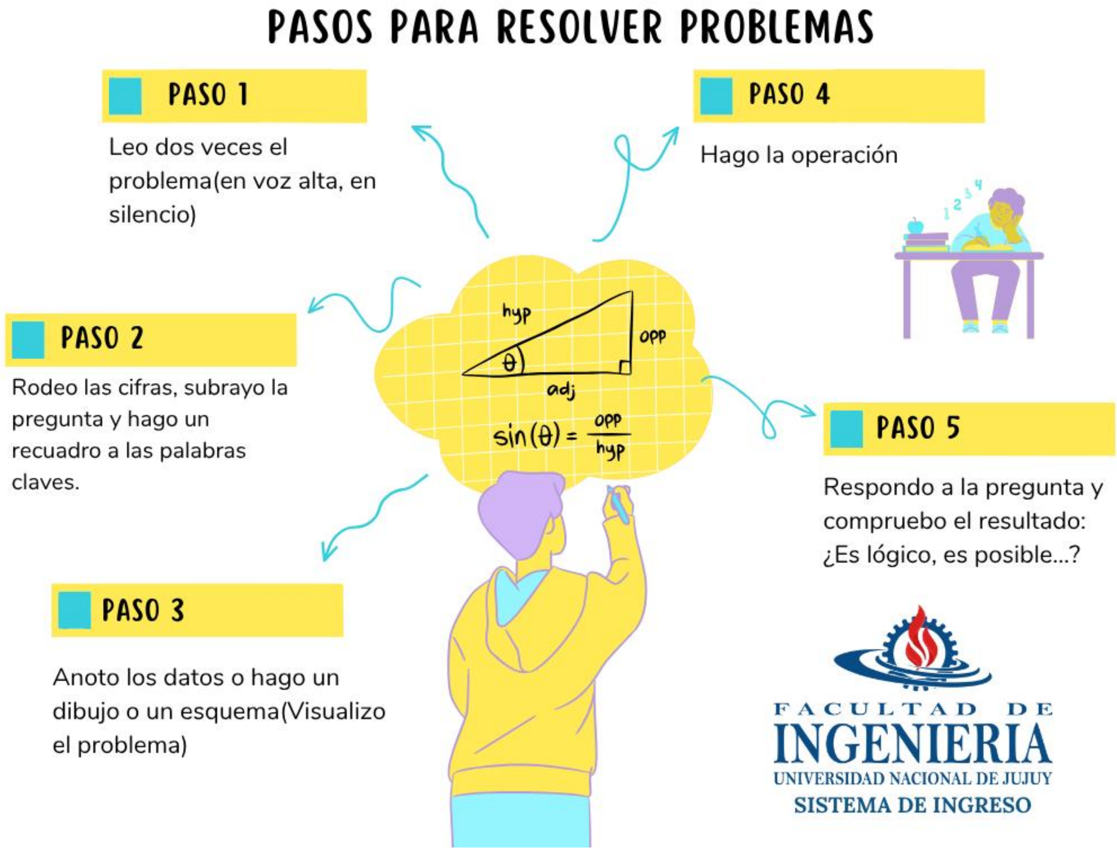
2°. Traducir del lenguaje común al algebraico las siguientes expresiones:

a) Si tuviera 10 euros más, superaría el dinero que se necesita para comprar un libro de 30 euros
b) El cuadrado de un número es mayor que el triple de dicho número menos 2.
c) El cuadrado de un número, disminuido en dos.
d) La mitad de un número menos 10 unidades es menor que siete.
e) Dos números pares consecutivos.
f) El cuadrado de un número menos ese número.
g) Un joven tiene actualmente 15 años. Represente su edad hace x años.
h) Si restamos dos unidades a los tres cuartos de un número, el resultado es mayor que si le sumamos cinco unidades a su mitad
i) Pedro tiene ahora 45 años. ¿Cuántos años tendrá dentro de x años?
j) El perímetro de un rectángulo cuya base es 3 cm mayor que su altura no llega a 50 cm.
k) El producto de dos números consecutivos no es mayor de ocho.

3º. Proponga un enunciado que responda a la siguiente ecuación: 3x + 4 = 5x – 8. Resuélvala.

4º. Resolver y verificar las siguientes inecuaciones:

$a) 3x + 8 \geq -3\,(x + 5) + 30$ $\qquad\qquad$ $b)\ \frac{2x+5}{2} \leq 3 + x$



5º.- Plantear y resolver los siguientes problemas.

a) En una bolsa de trabajo se ofertan dos trabajos de vendedor de coches, en la primera ofrecen 500 euros de sueldo fijo más 100 euros por coche vendido, y en la otra ofrecen 400 euros de fijo más 125 € por coche. ¿qué oferta es mejor?

b) A una empresa de cámaras web, el costo en mano de obra y material es de 21 € por unidad producida además de una cantidad fija de 70.000 €. Si el precio de venta de cada webcam es de 35 €, ¿cuántas cámaras webs debe vender como mínimo para generar beneficios?

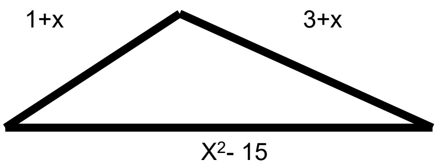
c) - ¿Cuáles son los números cuyo cuádruplo excede a su duplo en más de 10?

d) Entre los 40 alumnos de una clase se ha efectuado una encuesta sobre el sabor de los helados y resulta que el doble de los que les gusta el chocolate es menor que el triple de los que les gusta la fresa. Hay 5 que aseguran no gustarles el helado. ¿A cuántos como mínimo que le gusta el sabor a fresa?

e) Hallar dos números naturales impares consecutivos tales que su producto sea 255.

f) Encontrar cinco números impares consecutivos cuya suma sea igual a 5. Las edades de 2 hermanos difieren en 7 años. ¿Cuáles pueden ser sus edades si su suma es menor que 20?

g) El perímetro del siguiente triángulo es 24 cm. ¿Cuál es la longitud de cada uno de sus lados?



h) El tanque de nafta de un auto puede contener hasta 40 litros. Tiene conectado un sistema automático de alarma que se enciende cuando sólo quedan 8 litros en él. ¿Cuántos litros de nafta es posible cargar cuando recién se enciende la señal?

i) Las edades de Hernán, Cecilia y Roberto suman más de 52 años. Hernán es un año menor que Roberto y tres años mayor que Cecilia. ¿Qué edad tiene como mínimo Hernán?

j) Un comerciante dispone en su almacén de dos tipos de aceite: uno a \$14 el litro y otro a \$19 el litro. Quiere mezclarlos para llenar un tanque de 500 litros de capacidad y quiere que la mezcla no cueste más de \$18. ¿Qué cantidad del primer aceite puede usar como mínimo?

♥ *Ejercicio recreativo:*

1) Tres amigos suben a una balanza de dos en dos. Juan Pablo e Iván suman 173 kg, Juan Pablo y Lucio pesan 152kg. Mientras que Iván y Lucio pesan 165kg. ¿Cuánto pesa cada uno?

TRABAJO PRÁCTICO Nº 12: SISTEMAS DE ECUACIONES

1°. Dados los siguientes sistemas:

$a)\ \begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$ $b)\ \begin{cases} 4x-y=-9 \\ 2x+2y=-2 \end{cases}$ $c)\ \begin{cases} x+2y=1 \\ -3x+y=-10 \end{cases}$

$d)\ \begin{cases} 2x-5y=16 \\ 4x+y=10 \end{cases}$ $e)\ \begin{cases} y=3x-4 \\ -3x+y=-4 \end{cases}$ $f)\ \begin{cases} x+y+2=0 \\ 2x=-2y-2 \end{cases}$

$g)\ \begin{cases} 2x+5y=-24 \\ 8x-3y=19 \end{cases}$ $h)\ \begin{cases} x+3y=9 \\ 6y=18-2x \end{cases}$ $i)\ \begin{cases} y=2\left(x-\frac{3}{2}\right)+9\left(\frac{x}{3}+\frac{1}{9}\right) \\ 4x-3y=9x-y-2 \end{cases}$

I. Resolverlos por el método gráfico.
II. Clasificarlos.
III. Resolverlos por algún método analítico.

2°. Calcular el valor “k” para que la solución del sistema $\begin{cases} 3x-ky=5 \\ -2kx-3y=4 \end{cases}$ sea (1,-2).

3°. Dado el sistema $\begin{cases} x-2y=m \\ -2x+4y=3 \end{cases}$

a. Determinar “m” para que el sistema tenga infinitas soluciones.
b. Determinar “m” para que el sistema no tenga solución.

4°. Representa en los mismos ejes las rectas $\begin{cases} 2x+5y=-24 \\ 8x-3y=19 \end{cases}$

¿Qué dirías acerca de la solución del sistema anterior?

5°. Dados los siguientes sistemas:

$a)\ \begin{cases} x+2y+3z=9 \\ 2x-y+z=8 \\ 3x-z=-3 \end{cases}$ $b)\ \begin{cases} -x+2y-z=1 \\ 3x-2y+4z=5 \\ x+2y+3z=2 \end{cases}$ $c)\ \begin{cases} x+2y+3z=0 \\ -x+3y+2z=0 \\ 2x+y-2z=0 \end{cases}$

Resolverlos por el método de determinantes.

6°. Dados los siguientes sistemas:

$a)\ \begin{cases} y-7=x^2+6x \\ y+x=-3 \end{cases}$ $\qquad$ $b)\ \begin{cases} y=2x^2-3x+5 \\ y=x^2+3x-4 \end{cases}$

I. Resolverlos analíticamente.
II. Verificar gráficamente las soluciones.

7°. Plantear y resolver los siguientes problemas:

a) Pablo y Alicia llevan entre los dos 16000 $. Si Alicia le da 1000 $ a Pablo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuánto dinero lleva cada uno?

b) Un padre, para estimular a su hijo a que estudie matemática, promete darle $3 por cada ejercicio bien resuelto, pero, por cada uno que esté mal, el hijo le dará $2. Ya van por el ejercicio 26 y el muchacho recibe de su padre $38. ¿Cuántos ejercicios ha resuelto bien y cuántos mal?

c) Dos niños contaban animales en un corral donde había gallinas y conejos, uno de ellos contaba las cabezas y el otro las patas. El primero contó 21 y el segundo 54 ¿Cuántas gallinas y conejos habían?

d) La distancia entre dos ciudades, A y B, es de 255 km. Un coche sale de A hacia B a una velocidad de 90 km/h. Al mismo tiempo, sale otro coche de B hacia A a una velocidad de 80 km/h. Suponiendo su velocidad constante, calcula el tiempo que tardan en encontrarse, y la distancia que ha recorrido cada uno hasta el momento del encuentro.

e) Hemos mezclado dos tipos de líquido; el primero de 940 $/litro, y el segundo, de 860 $/litro, obteniendo 40 litros de mezcla a 890 $/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?

f) ¿Cuáles de los siguientes enunciados podría corresponder al sistema: $\begin{cases} x+y=10 \\ 2\,x+4y=32 \end{cases}$

- Un examen consta de un total de 10 preguntas. Las acertadas valen 4 puntos y las erróneas -2. Se han obtenido 32 puntos. ¿En cuantas preguntas se ha acertado y en cuantas se ha fallado?
- Se tienen 32 bolillas de colores y se las reparten en bolsas de 2 y 4 cada una quedando 10 sueltas. ¿Cuántas bolsas de cada tipo tenemos?
- En un estacionamiento hay 10 vehículos entre motos y autos. En total hay 32 ruedas, sin contar las de repuesto. ¿Cuántas motos y autos hay?

g) Un carpintero fabrica sillas, mesas y placares. Se necesitan 10 minutos para lijar una silla, 6 para pintarla y 12 para barnizarla. Se requieren 12 minutos para lijar una mesa, 8 para pintarla y 12 para barnizarla. Son necesarios 15 minutos para lijar un placard, 12 para pintarlo y 18 para barnizarlo. El centro de lijado está disponible 16 hs a la semana, el de pintura 11 hs a la semana y el de barnizado 18 hs semanales ¿Cuántas unidades de cada mueble deben fabricarse por semana de modo que los centros de trabajo se utilicen a toda su capacidad?

h) Dos de los ángulos de un triángulo suman 122°. El tercero de sus ángulos excede en 4 grados al menor de los otros dos. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?

♥ *Ejercicio recreativo:*
A cierta velocidad se puede realizar un tramo de camino en tres horas ¿Cuántos kilómetros se recorrerán en total si para retornar en dos horas se debió incrementar la velocidad en 20km/h?

TRABAJO PRÁCTICO Nº 13: MEDICIÓN DE ÁNGULOS

1º. Uso de la calculadora.

a) Colocar la calculadora en modo DEG y calcular coseno de 45º.
Colocar la calculadora en modo RAD y calcular coseno de 45.
¿Por qué se han obtenido distintos valores?

b) Colocar la calculadora en modo DEG y calcular arco seno de 0,5.
Colocar la calculadora en modo RAD y calcular arco seno de 0,5.
¿Por qué se han obtenido distintos valores?

c) Colocar la calculadora en modo DEG y calcular tangente de 45º.
Colocar la calculadora en modo RAD y calcular tangente de $\frac{\pi}{4}$
¿Por qué se ha obtenido el mismo resultado?

2°. Completar la siguiente tabla que establece la relación que existe entre los dos sistemas de medición de ángulos: sexagesimal y radial.

Sistemas	Sexagesimal	90°		270°	
	Radial		π		2π

3°. Dados los siguientes ángulos $108.000''$, $\frac{5}{3}\pi$, $120°$, $2{,}098$, $1{,}0559$ y $300{,}01°$

a) Ordenarlos de menor a mayor en el sistema sexagesimal notación decimal y notación en grados, minutos y segundos.

b) Ordenarlos de mayor a menor en el sistema radial.

4º. Realiza las siguientes operacionales con ángulos:

a) $68°\,35'\,42'' + 56°\,46'\,39''$
b) $37°\,17'\,32'' + 25°\,36'\,15''$
c) $(132°\,26'\,33'')$ x 5
d) Calcula los ángulos complementario y suplementario de 38°36' 43"
e) Calcula los ángulos complementario y suplementario de 67°24' 38"

5°. Reduce al primer giro los siguientes ángulos:

a) 2000°
b) -720°
c) 800°
d) 1720°
e) 5π radianes
f) -7π radianes
g) 40π radianes
h) 23 radianes

6°. Determinar la longitud de un arco de circunferencia con radio 3cm, sabiendo que está subtendido por un ángulo de: $a)\ 2{,}5\ radianes,\quad b)\ \frac{\pi}{6},\quad c)\ 65°\quad y\quad d)\ 60°\,45'$

7°. Si el minutero de un reloj mide 7cm:

a) Calcular la distancia recorrida por el extremo del mismo desde las 12:10 hasta las 12:30.
b) ¿Cuánto tiempo deberá pasar para que el minutero recorra 30cm?

8°. Las ruedas de una bicicleta tienen 20cm de radio. Si un punto sobre una de ellas toca 50 veces el suelo durante un avance en línea recta. ¿Qué distancia recorrió ese punto de la rueda?

9º. Indicar cuáles de los siguientes pares de ángulos son congruentes.

$a)\ 660°\ y\ -60°$ $\quad b)\ 70°\ y\ 880°$ $\quad c)\ 45°\ y\ 1485°$

$d)\ \frac{\pi}{3}\ y\ \frac{2}{3}\pi$ $\quad e)\ \frac{\pi}{6}\ y\ \frac{13}{6}\pi$ $\quad f)\ \frac{7}{4}\pi\ y\ -\frac{\pi}{4}$

10°. Escribir la expresión general de todos los ángulos congruentes con:

$a)\ 60°$ $\quad b) -18°$ $\quad c) \frac{\pi}{2}$ $\quad d) -\frac{2}{3}\pi$

11°. Obtenga dos ángulos, uno positivo y otro negativo, que sean congruentes con β si:

a) β = 38°
b) β = 205° 12´ 30´´
c) β = - 47° 57´

12°. Un ángulo mide 1,5 radianes, ¿es menor, igual o mayor que un ángulo recto?

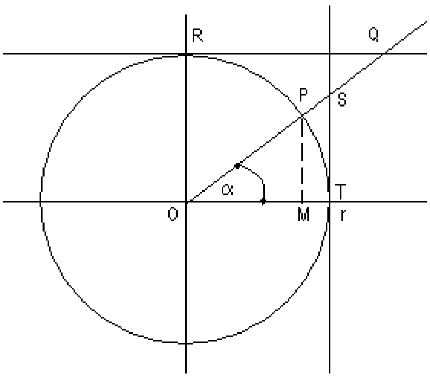
13°. Expresar en grados, minutos y segundos los siguientes ángulos:

a) 0,483 radianes
b) 3.4 radianes
c) 6 radianes
d) −1.47 radianes

♥ *Ejercicio recreativo:*
Tengo 6 alfajores. Me comí 2, le convidé 2 a José y 2 a María. ¿Cuántos alfajores tengo?

TRABAJO PRÁCTICO Nº 14: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Dado el siguiente círculo trigonométrico (radio = 1)



Sabemos que:

$sen\ \hat{\alpha} = \frac{\overline{PM}}{\overline{OP}}$, como $\overline{OP} = r = 1\ unidad\ de\ medida,$ entonces $sen\ \hat{\alpha} = \overline{PM}$

$cos\ \hat{\alpha} = \frac{\overline{OM}}{\overline{OP}}$, como $\overline{OP} = r = 1\ unidad\ de\ medida,$ entonces $cos\ \hat{\alpha} = \overline{OM}$

Los triángulos $\overbrace{OMP}^{\triangle}\ y\ \overbrace{OTS}^{\triangle}$ son semejantes (por ser rectángulos y tener el mismo ángulo α) en consecuencia sus lados homólogos son proporcionales, es decir:

$\frac{\overline{PM}}{\overline{OM}} = \frac{\overline{ST}}{\overline{OT}}$ pero $\frac{\overline{PM}}{\overline{OM}} = tg\ \alpha$ entonces, $tg\ \alpha = \frac{\overline{ST}}{\overline{OT}}\ y\ como\ \overline{OT} = r = 1\ unidad\ de\ medida,$ entonces: $tg\ \hat{\alpha} = \overline{ST}$

Considerando los triángulos $\overbrace{ORQ}^{\triangle}\ y\ \overbrace{OMP}^{\triangle}$ se puede determinar que $cotg\ \hat{\alpha} = \overline{RQ}$ y $cosec\ \hat{\alpha} = \overline{OQ}$

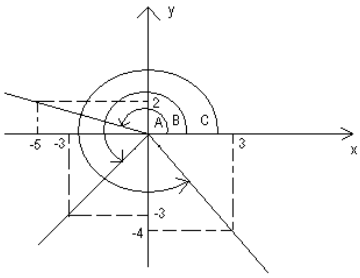
Considerando los triángulos $\overbrace{OTS}^{\triangle}\ y\ \overbrace{OMP}^{\triangle}$ se puede determinar que $sec\ \hat{\alpha} = \overline{OS}$

1°. Las funciones trigonométricas serán positivas o negativas, según el cuadrante al cual pertenezca el ángulo considerado. Las funciones seno y cosecante serán positivas si el valor de la ordenada del punto P es positiva y serán negativas, si la ordenada es negativa.

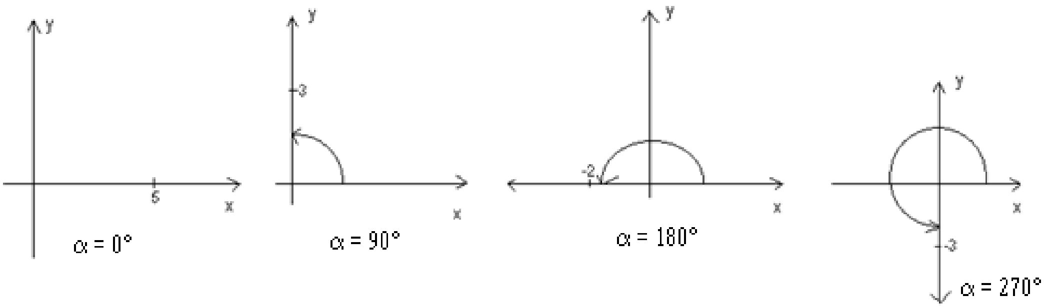
a) ¿Qué ocurre con el signo de la función coseno y su reciproca?
b) ¿Qué ocurre con el signo de la función tangente y su reciproca?
c) Completar la siguiente tabla con los signos que correspondan (+ó –)

	I Cuad.	II Cuad.	III Cuad.	IV Cuad.
$sen\ \hat{\alpha}$				
$cos\ \hat{\alpha}$				
$tg\ \hat{\alpha}$				
$cotg\ \hat{\alpha}$				
$sec\ \hat{\alpha}$				
$cosec\ \hat{\alpha}$				

2°. Calcular las funciones trigonométricas para los siguientes ángulos:



3º. Calcular las funciones trigonométricas de los siguientes ángulos:



4°. Cálculo de una razón trigonométrica a partir de una razón dada:

a) Sabiendo que cosα = 1/4 y que 0°< α < 90° calcular senα
b) Sabiendo que senα = 2/3 y que 0°< α < 90° calcular tg α
c) Sabiendo que tg α = 3 y que 0°<α<90° calcular senα
d) Sabiendo que cosα= 1/4 y que 270°< α < 360° calcular las razones trigonométricas restantes para α

5º. Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta los ejercicios 3 y 4.

$\hat{\alpha}$ / función	0º	30º	45º	60º	90º
Seno					
coseno					

6°. Obtener el valor de las restantes funciones trigonométricas sabiendo que:

a) Cos α = $\sqrt{3}/2$, α ϵ IV cuadrante

b) Cosec $\alpha = -3$, $\alpha \in$ III cuadrante

c) Cotg $\alpha = -5$, $\alpha \in$ II cuadrante

d) Sec $\alpha = -5/4$, $\alpha \in$ III cuadrante

7°. Determine si es verdadero o falso lo que se afirma. Justifique su elección.

a) La tangente del ángulo de 90 grados es 0

b) El seno de los ángulos del tercer cuadrante es negativo

c) La tangente del ángulo es igual a la ordenada del extremo del arco dividida por la abscisa

d) La tangente de un ángulo es siempre menor o igual que 1

e) El cuadrado del seno más el cuadrado del coseno de cualquier ángulo es igual a 1

f) La secante de un ángulo, perteneciente al primer cuadrante, puede valer ¾.

g) La cotangente de un ángulo perteneciente al tercer cuadrante, puede valer -3.

h) La cosecante de un ángulo perteneciente al tercer cuadrante, puede valer -5/3.

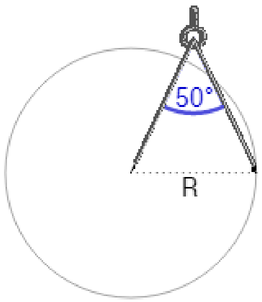
i) Si el ángulo β pertenece al cuarto cuadrante entonces cosec $\beta < 0$ y tg $\beta < 0$.

♥ *Ejercicio recreativo:*
Mezcla de sustancias químicas: Un químico tiene 10ml de una solución que contiene un ácido al 30% de concentración. ¿Cuántos mililitros de ácido puro han de agregarse para aumentar la concentración al 50%?

TRABAJO PRÁCTICO Nº 15 TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS- TEOREMA DEL SENO Y COSENO

1°. Plantear y resolver los siguientes problemas.

a) Calcular el radio de la circunferencia que se obtiene al utilizar un compás cuyos brazos miden 10cm si éstos forman un ángulo de 50º entre sí.



b) Calcular cuánto mide la mediana de un triángulo equilátero (los tres ángulos son de 60 grados) cuyos lados miden 12cm.

Ayuda: la mediana es la longitud del segmento que une un vértice del triángulo con el punto medio del lado opuesto a éste.

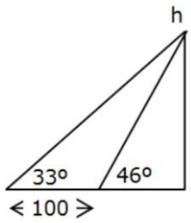
c) Calcular la altura a, de un árbol sabiendo que, si nos situamos 8 metros de la base del tronco, vemos la parte superior de su copa en un ángulo α=36.87° (los ojos a nivel del suelo).

¿Cuál sería la altura del árbol si consideramos que estamos de pie y los ojos situados a 170 cm del suelo en lugar de a nivel del suelo?

d) Desde el lugar donde me encuentro, la visual a la torre de una Iglesia forma un ángulo de 52º con la horizontal. Si me alejo 25 m más de la torre, el ángulo es de 34º. ¿Cuál es la altura de la torre?

e) Desde la terraza de un edificio situada a 25m de altura se observa un auto:
   I. Calcular la distancia del auto al pie del edificio, siendo el ángulo de depresión 23º15'.
   II. Calcular el ángulo de depresión, si la distancia del auto al pie del edificio es de 40m.

f) Para medir la altura de un edificio se miden los ángulos de elevación desde dos puntos distantes 100 m. ¿Cuál es la altura si los ángulos son 33º y 46º?

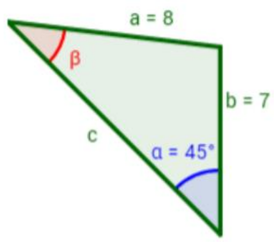


g) Un dirigible está volando a 800 metros de altura. Observa un pueblo con un ángulo de depresión de 12°. ¿Qué distancia debe recorrer el dirigible en línea recta, manteniendo la altura, para estar exactamente sobre el pueblo?

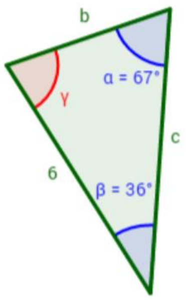
h) Sobre un peñasco situado en la rivera de un río se levanta una torre de 125m de altura. Desde el extremo superior de la torre, el ángulo de depresión de un punto situado en la orilla opuesta es de 28º40’ y desde la base de la torre, el ángulo de depresión del mismo punto es de 18º20’. Encontrar el ancho del río y la altura del peñasco.

i) La longitud de la sombra de una persona de 1,80m de altura producida por un foco de alumbrado es, inicialmente 3,60m. Después la persona se para justo en el lugar donde terminaba su sombra y comprueba que ahora aquella mide 4m ¿A qué altura del piso está el foco?

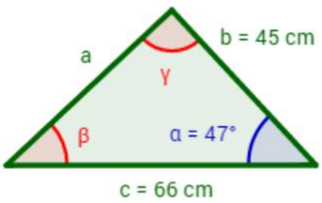
2°. En el siguiente triángulo de lados a = 8cm y b = 7cm. Calcular cuánto mide el ángulo β sabiendo que el ángulo α mide 45º.



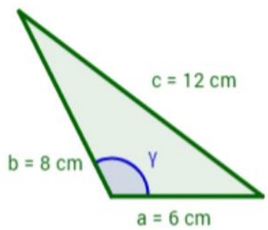
3°. Se tiene un triángulo con ángulos α = 67° y β = 36° y un lado a = 6cm. ¿Cuánto mide el lado c?



4°. Se tiene un triángulo cuyos lados b y c miden 45 y 66 cm respectivamente y cuyo ángulo α mide 47°. Hallar cuánto mide el lado a del triángulo.



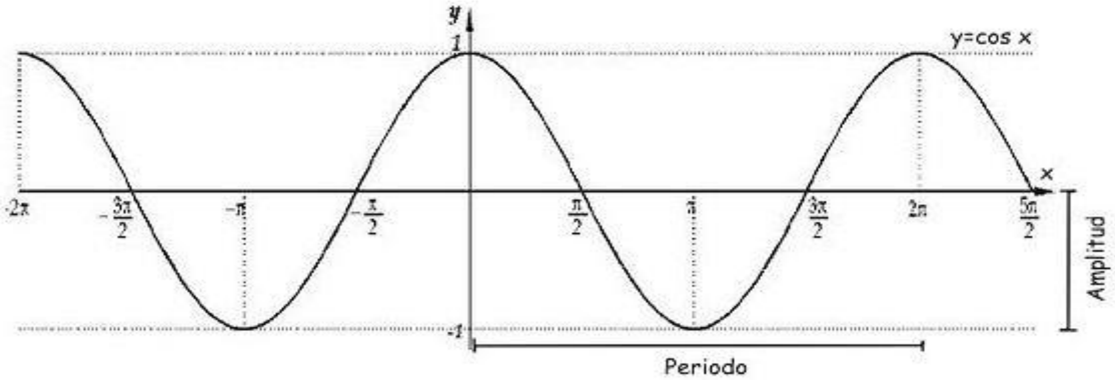
5°.¿Cuál es el valor del ángulo γ del siguiente triángulo si se sabe que los lados a, b y c miden 6, 8 y 12 cm respectivamente?



♥ *Ejercicio recreativo:*
A un número se le añade 15. Luego se multiplica por 3 el resultado. A lo que salga restarle 9. Posteriormente dividir en 3. Restar 8. Si el resultado es 19 ¿Cuál es el número en cuestión?

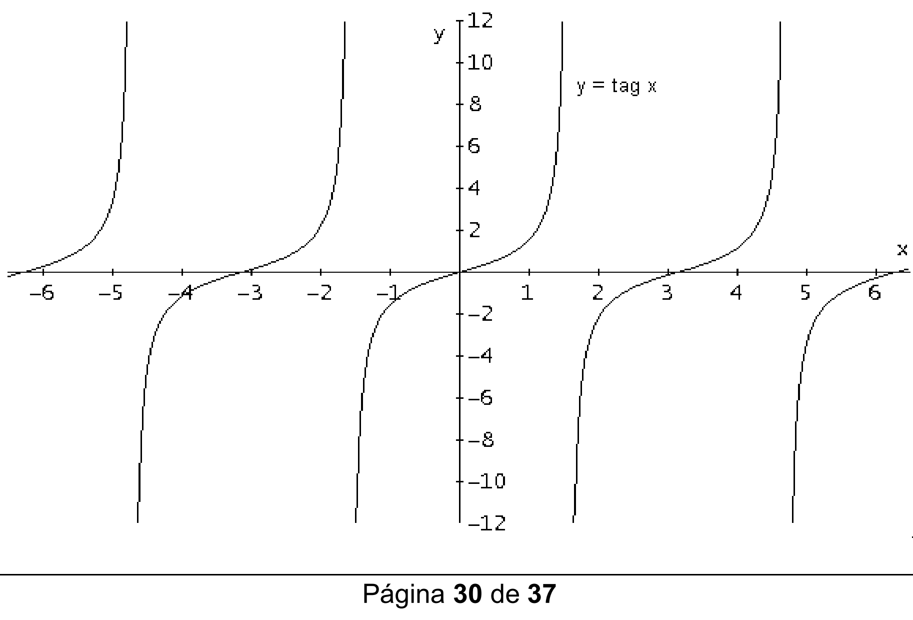
TRABAJO PRÁCTICO Nº 16: GRÁFICAS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

1°. Dada la gráfica de y = cos x



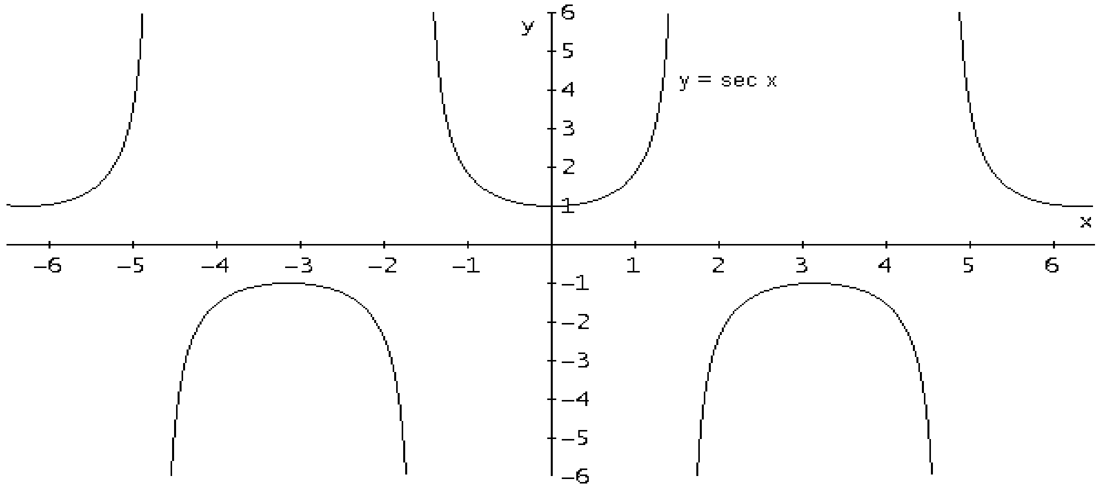
a) Ubicar aproximadamente sobre $\overrightarrow{ox}$: $\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3}{2}\pi$, 2π y sus respectivos opuestos.
b) Determinar el dominio de la función.
c) Determinar la imagen de la función.
d) ¿Qué significa que la función coseno tenga periodo2π?
e) Determinar la intersección con el eje de las ordenadas.
f) Determinar todos los valores en donde la función intercepte al eje de las abscisas.
g) ¿Cuál es el máximo valor que alcanza la función? ¿Para qué ángulos alcanza dicho valor?
h) ¿Cuál es el mínimo valor que alcanza la función? ¿Para qué ángulos alcanza dicho valor?
i) Nombrar dos intervalos donde la función sea positiva y dos donde sea negativa.
j) En el gráfico determinar aproximadamente $cos\frac{\pi}{6}\ \ y\ \ cos\frac{11\pi}{6}$¿Cómo resultó el coseno de estos dos ángulos?
k) ¿Se puede establecer alguna relación entre estos dos ángulos?
l) Determinar el ángulo α sabiendo que:$i)\ cos\hat{\alpha} = 0,5\ \ y\ \ \alpha \in I\ C$ y $ii)\ cos\ \hat{\alpha} = -0,5\ \ y\ \ \alpha \in III\ C$

2°. Dada la gráfica de y = tg(x)



a) Ubicar aproximadamente sobre $\overrightarrow{ox}$: $\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3}{2}\pi$, 2π y sus respectivos opuestos.
b) Marcar las asíntotas verticales.
c) Determinar dominio e imagen de la función.
d) ¿Cuál es el periodo de la función?
e) ¿Qué característica respecto al crecimiento o decrecimiento tiene la función?
f) Determinar la intersección con el eje de las ordenadas.
g) Determinar todos los valores en donde la función intercepte al eje de las abscisas.
h) Indicar todos los ángulos para los cuales la función no existe.
i) Indicar dos intervalos donde la función sea positiva y dos donde sea negativa.
j) En el gráfico determinar aproximadamente $tg\left(\frac{\pi}{4}\right)$ y $tg\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ ¿Cómo resultó la tangente de estos dos ángulos? Verificar que estos dos ángulos difieren en π.
k) En el gráfico determinar aproximadamente $tg\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ y $tg\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ ¿Cómo resulta la tangente de estos dos ángulos?
l) Determinar el ángulo α sabiendo que: $i)\ tg\ \hat{\alpha} = 6\ \ y\ \ \alpha \in I\ C$ y $ii)\ tg\ \hat{\alpha} = -2\ \ y\ \ \alpha \in IV\ C$

3°.- Dada la gráfica de y = sec(x)



a) Ubicar aproximadamente sobre el eje $\overrightarrow{ox}$: $\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3}{2}\pi$, 2π y sus opuestos.
b) Marcar las asíntotas verticales.
c) Determinar dominio e imagen de la función.
d) ¿Cuál es el periodo de la función?
e) Confeccionar un cuadro respecto al crecimiento o decrecimiento de la función.
f) Determinar la intersección con el eje de las ordenadas.
g) Determinar, de ser posible, todos los valores en donde la función intercepte al eje x.
h) Indicar todos los ángulos para los cuales la función no existe
i) Indicar dos intervalos donde la función sea positiva y dos donde sea negativa.
j) En el gráfico determinar aproximadamente $sec\left(\frac{\pi}{4}\right)$ y $sec\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ ¿Cómo resultó la secante de estos dos ángulos?
k) Determinar el ángulo α sabiendo que: $i)\ sec\ \hat{\alpha} = 5\ \ y\ \ \alpha \in I\ C$ y $ii)\ sec\ \hat{\alpha} = -3\ \ y\ \ \alpha \in III\ C$

♥ *__Ejercicio recreativo:__ Encontrar el área de un cuadrado cuyo perímetro es de 30 cm.*

TRABAJO PRÁCTICO Nº 17: RELACIONES ENTRE LAS FUNCIONES T. DE UN MISMO ÁNGULO

Las siguientes son las relaciones (identidades) entre las funciones trigonométricas de un mismo ángulo:

$sen^2 x + \cos^2 x = 1$ $\quad tg\ x = \frac{sen\ x}{\cos x}$ $\quad cotg\ x = \frac{cos\ x}{\operatorname{sen} x}$

$cotg\ x = \frac{1}{tg\ x}$ $\quad sec\ x = \frac{1}{\cos x}$ $\quad cosec\ x = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$

$cos\ x = \frac{1}{\pm\sqrt{tg^2\ x+1}}$ $\quad sen\ x = \frac{tg\ x}{\pm\sqrt{tg^2\ x+1}}$ $\quad sec^2 x = 1 + tg^2 x$

$cosec^2 x = 1 + cotg^2 x$

1°. Completar con las expresiones que se obtienen a partir de la identidad fundamental trigonométrica.

$$sen^2 x + \cos^2 x = 1 \ \Rightarrow \ \begin{cases} sen^2 \hat{x} = \\ sen\ \hat{x} = \\ cos^2 \hat{x} = \\ \cos \hat{x} = \end{cases}$$

2°. Obtener las restantes funciones trigonométricas sabiendo que:

$a)\ sen\ \hat{\alpha} = -\frac{1}{2} \ \wedge\ \alpha \in III\ C$ $\qquad b)\ cos\ \hat{\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2} \ \wedge\ \alpha \in I\ C$

$c)\ cotg\ \hat{\alpha} = -\frac{1}{2} \ \wedge\ \alpha \in IV\ C$ $\qquad d)\ cosec\ \hat{\alpha} = -\frac{5}{3} \ \wedge\ \alpha \in IV\ C$

$e)\ tg\ \hat{\alpha} = -1.25 \ \wedge\ \alpha \in IV\ C$ $\qquad f)\ cosec\ \hat{\alpha} = \frac{3}{\sqrt{5}} \ \wedge\ \alpha \in I\ C$

3°. Verificar las siguientes identidades

$a)\ tgx + cotgx = secx \cdot \operatorname{cosec} x$ $\qquad b)\ senx(cotgx + cosecx) = 1 + cosx$

$c)\ sen^2 x(1 - co\sec^2 x) = \cos^2 x$ $\qquad d)\ \frac{1+2\ tg\ x}{\sec^2 x} + \frac{1}{cosec^2 x} = (\cos x + sen\ x)^2$

$e)\ \sec^2 x \,.\cos x - tg\ x\ .\ sen\ x = \frac{1}{\sec x}$ $\qquad f)\ \frac{1+cos\ x}{\operatorname{sen} x} + \frac{\operatorname{sen} x}{1+cos\ x} = 2cosecx$

$g)\ \frac{secx}{tgx+cotx} = senx$ $\qquad h)\ \frac{cosec\ x+cotg\ x}{sen\ x+tg\ x} = cosec\ x\ .cotg\ x$

$$i)\ \sqrt[3]{\frac{1 - sen^2 x}{\sec x}} + \sqrt[3]{\frac{1 - \cos^2 x}{cosec\ x}} = \cos x + sen\ x$$

♥ <u>*Ejercicio recreativo:*</u>

De un depósito lleno de líquido se saca la mitad del contenido; después, la tercera parte del resto y quedan aún 1.600 litros. Calcula la capacidad del depósito.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 18: RELACIONES ENTRE LAS FUNCIONES T. DE ÁNGULOS ESPECIALES

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE LA SUMA ALGEBRAICA DE DOS ÁNGULOS

1º. El siguiente cuadro resume las relaciones entre las funciones trigonométricas seno y coseno, de diferentes tipos de ángulos.

Ángulos	Relación
Opuestos	$sen\, x = -sen\,(-x)\;\; y\;\; \cos x = \cos(-x)$
Complementarios	$sen\, x = cos\,\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\;\; y\;\; \cos x = sen\,\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
Suplementarios	$sen\, x = sen\,(\pi - x)\;\; y\; \cos x = -cos\,(\pi - x)$
Que difieren en $\frac{\pi}{2}$	$sen\, x = -cos\,\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\;\; y\;\; \cos x = sen\,\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$
Que difieren en π	$sen\, x = -sen\,(\pi + x)\;\; y\; \cos x = -cos\,(\pi + x)$

Deducir las demás relaciones entre las funciones trigonométricas de los ángulos dados en el cuadro.

2º. Sabiendo que el $\cos 60° = 0{,}5$. Calcular las funciones trigonométricas para un ángulo de 300°.

3º. Sabiendo que $\operatorname{sen} 30° = \frac{1}{2}$. Calcular funciones trigonométricas para un ángulo de 210°.

4º. Sabiendo que $tg\ 45° = 1$. Calcular las funciones trigonométricas para un ángulo de 135°.

5º. Sabiendo que $\operatorname{sen} 300\,° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. Calcular lasfunciones trigonométricas para un ángulo de 120°.

6º. Sabiendo que, $cos\alpha = -0.871$, determinar el valor de $\cos(\pi + \alpha)\,, \cos(-\alpha)\,, \cos(\pi - \alpha)$

7º. Calcular el valor de x sabiendo que:

$a)\ sen\ (2x) = \cos 40°$ y $0° \leq 2x \leq \frac{\pi}{2}$

$b)\ sen\ (3x + 5°) = \cos\ (2x - 10°)$ si $0° \leq 2x - 10° \leq \frac{\pi}{2}$ y $0° \leq 3x + 5° \leq \frac{\pi}{2}$

$c)\ cos\ (2x - 4°) = sen\left(\frac{5x+8°}{2}\right)$ si $0° \leq 2x - 4° \leq \frac{\pi}{2}$ y $0° \leq \frac{5x+8°}{2} \leq \frac{\pi}{2}$

8º. Suma algebraica de dos ángulos.

a) Sabiendo que:$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\,.\cos\beta + sen\ \alpha\,.sen\ \beta$. Deducir $cos(\alpha + \beta)$, teniendo en cuenta que $(\alpha + \beta) = [\alpha - (-\beta)]$.

b) Deducir $sen(\alpha + \beta)$ teniendo en cuenta que el seno de un ángulo es igual al coseno de su complemento y la formula obtenida en el punto a).

c) Deducir $sen(\alpha -\ \beta)$ teniendo en cuenta la fórmula anterior y que $(\alpha - \beta) = [\alpha + (-\beta)]$.

d) A partir de $cos(\alpha + \beta)$ y considerando $\alpha = \beta$, deducir $cos(2\alpha)$.

e) A partir de $sen(\alpha + \beta)$ y considerando $\alpha = \beta$, deducir $sen(2\alpha)$.

f) Si $\hat{\alpha},\ \hat{\beta}\ y\ \hat{\gamma}$son los ángulos interiores de un triángulo. Verificar que $tg\ (\alpha + \beta) + tg\ \gamma = 0$

9º.- Calcular el valor de la siguiente expresión:

$$sen\ \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right).sen\ \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - sen\ (\pi + \alpha).sen\ (\pi - \alpha) =$$

10º.- Demostrar la siguiente identidad.

$$\sqrt[3]{\frac{1 + sen\ (-\alpha).\ sen\ (\pi - \alpha)}{\sec\alpha}} + \sqrt[3]{\frac{1 - cos(\pi - \alpha)\ .\ \ cos(\pi + \alpha)}{cosec\ \alpha}} = sen\ \alpha + cos\ \alpha$$

♥ *Ejercicio recreativo:*
En un triángulo el ángulo más grande es 60º mayor que el ángulo más pequeño y el ángulo restante 10º mayor que tres veces el ángulo más pequeño. Encontrar la medida de cada ángulo.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 19: ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

1°. Dadas las siguientes ecuaciones trigonométricas:

$a)\ sen\ x = \frac{1}{2}$

$b)\ \cos x = \frac{1}{2}$

$c)\ cos\ x = -0{,}7$

$d)\ \sec x = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$e)\ 2cosx = 3tgx$

$f)\ 2\ sen^2x +\ sen\ x - 1 = 0$

$g)\ cos^2x - 3\ cos\ x + 2 = 0$

$h)\ sen\ x + 2 = cosec\ x$

$i)\ sen^2x - sen\ x = \cos^2 x$

$j)\ tg\ x + cotg\ x = 2$

$k)\ 2\cos x\ .\ sen\ x + \cos x = 0$

$l)\ 5 - 4\ sen^2x = cosec^2x$

$m)\ 3sen\ x\operatorname{tg} x + 3\ sen\ x - \operatorname{tg} x - 1 = 0$

$n)\ sen^2x - cos^2\ x\ = 0$

$o)\ tg^2x + 3\sec x =\ -3$

$p)\ \sqrt{3}cosx + sen\ x - 1 = 0$

$q)\ 3\ tg^2x + 5 = \frac{7}{\cos x}$

I. Hallar, cuando sea posible los valores de $x\ \in [\ 0, 2\pi\ )$ que las verifiquen.
II. Verificar los valores encontrados y graficar los ángulos en el círculo trigonométrico.
III. Encontrar las expresiones para todas las soluciones reales ($x\ \in\ \mathbb{R}$)

♥ *Ejercicio recreativo: Lo esencial es invisible a los ojos… Analizar la secuencia y completarla:*

6 …= 42

5 = 30

4 = 20

2 …= …

TRABAJO PRÁCTICO Nº 20: VECTORES

1°. Dados los puntos $A(-2,-3); B(1,4);\ C(-1,3)$:

a) Hallar $\vec{u} = \overrightarrow{AC},\ \ \vec{v} = \overrightarrow{CB},\ \ \vec{w} = \overrightarrow{BC},\ \ \vec{p} = \overrightarrow{CA},\ \ \vec{q} = \overrightarrow{AB}$
b) Representar en un mismo sistema de coordenadas cartesiana los vectores encontrados.

2°. Hallar x e y de modo que se verifiquen las siguientes igualdades entre vectores:

$a)\ (x,\ x-1) = (2,\ y)$

$b)\ (x-2y,\ x+2y) = (2,\ 3)$

3°. Sean los vectores $\vec{u},\ \vec{v},\ \vec{w},\ \vec{p}\ y\ \vec{q}$ del punto 1°, calcular:

$a)\ \vec{u} + \vec{w}$

$b)\ \vec{w} - \vec{p}$

$c)\ 3\,\vec{v} + 4\vec{w}$

$d)\ \frac{1}{2}\vec{v} - \vec{w}$

$e)\ \frac{2}{3}\vec{p} - 3\,\vec{q} + 2\,\vec{w}$

$f)\ \frac{5}{3}\vec{q} + 2\,\vec{p} - \vec{u}$

4°. Calcular el perímetro del paralelogramo formado por los vectores $\vec{A} = (1, 3)$ y $\vec{B} = 3i + 5j$ y sus proyecciones paralelas.

5°. Determinar el punto Q para que el vector $\overrightarrow{AB}$ sea equivalente al vector $\overrightarrow{PQ}$ si:

a) A (–2, –1), B (0,3), P (–3, 1)

b) A (–1, 2), B (2, –2), P (3, –5)

c) Encontrar el módulo de los vectores: $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{PQ}$

6°. Sean $\vec{a} = (-8,\ 4)$, $\vec{b} = 4i - 8j$ y $\vec{c} = -2i - 4j$ .Determinar

a) Gráficamente: $\vec{a} + \vec{b}; \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b};\ \vec{a} - \vec{b};\ -\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b}; \vec{a} + \vec{c}$. Verificar analíticamente.

b) Analíticamente $|\vec{a} + \vec{b}|$, $|\vec{a}| + |\vec{b}|$, $|\vec{a} - \vec{b}|$, $|\vec{a}| - |\vec{b}|$, $\left|\frac{4}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}\right|$

c) Calcular los siguientes productos escalares: $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{c}$, $\vec{b} \cdot \vec{c}$, $\vec{b} \cdot \vec{a}$, $\vec{c} \cdot \vec{b}$

7°.- Para los siguientes conjuntos de vectores, determinar el ángulo comprendido entre cada par:

a) $\vec{a}$ = 3 i – 6 j $\vec{b}$ = - 4 i + 2 j
b) $\vec{a}$ = (5 , 5) $\vec{b}$ = 2 i – 4 j
c) $\vec{a}$ = 6 i + 4 j $\vec{b}$ = (4 , – 6)

8°. Dados los vectores $\vec{a} = (1,\ 2)$, $\vec{b} = -2i - 4j$, $\vec{c} = -2i + j$, $\vec{d} = 2i + 4j$

a) Representarlos en un mismo sistema de coordenadas cartesianas ortogonales.
b) Indicar que par de vectores son paralelos y cuáles perpendiculares.
c) Verificar analíticamente el ítem anterior.
d) ¿Qué vectores son paralelos y con el mismo sentido? Justificar.
e) ¿Qué vectores son paralelos y con distinto sentido? Justificar.

9°. Encontrar $\vec{b}$ tal que:

$a)\ \vec{a} = (1,\ 0)$, $\varphi = 60°$, $|\vec{b}| = 2$. Siendo φ el ángulo entre los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$

$b)\ \vec{a} = (1, -1)$, $\varphi = 45°$, $|\vec{b}| = 2$. Siendo φ el ángulo entre los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$

10°. Dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ tienen el mismo módulo. Su suma es un vector $\vec{c}$ de módulo 8, y su producto escalar es – 32. Calcular el módulo de dichos vectores, sabiendo que el vector $\vec{a}$ tiene la misma dirección y sentido que $\vec{\imath}$.

11°.¿Qué ángulo forman los vectores $\vec{u} = (1, -1) y\ \vec{v} = (4, 2)$?

12°. Un avión vuela en dirección Sur-Norte a 500 km/h. Sopla viento en dirección Oeste-Este a 120 km/h. Calcular:

a) La velocidad resultante del avión.

b) El ángulo que se desvía de su trayectoria.

♥ *Ejercicio recreativo:*

Un pirata está buscando un tesoro, tiene un mapa con algunos datos para dar con la ubicación del cofre que lo contiene. Dicho mapa dice que la ubicación del cofre se encuentra dando 20 pasos al norte del viejo roble y luego treinta pasos al noroeste y desde allí, se debe caminar 12 pasos más al norte.
¿Cuál es el vector que apunta de la base del viejo roble hasta el cofre? ¿Cuál es la longitud de este vector?

Ejercicios de Autoevaluación para repasar antes del 2º Parcial.

Parte1. Responder verdadero o falso. NO justificar la repuesta. Escribir las repuestas con tinta azul o negra.

1º. (x, y) = (-3, 10) es solución del sistema $\begin{cases} 9y - 4x = -22 \\ 3x - 8y = 9 \end{cases}$

2º. El sistema formado por las ecuaciones x + 2y +3 = 0   4y = -2x -6 tiene infinitas soluciones.

3º. 280° ≡ ½ π.

4º. Si sen β < 0 y cos β < 0, entonces tg β < 0.

5º. Las funciones seno y coseno tiene como dominio a ℝ.

6º. El máximo de la función cos x es 1.

7º. Entre [0, 2π) existe un único ángulo cuyo coseno vale 0,7.

8º. Si $\frac{9}{2}$ π < α < 5π, entonces el signo de sen α es positivo.

9º. La ecuación $5 - 4sen^2\alpha = cosec^2\alpha$ tiene 4 soluciones entre [0, 2π)

10º. El único valor que satisface tg x = -1 entre [0°, 360°) es x= 315°

Parte 2. Responder los siguientes ejercicios con la respuesta correcta. Escribir las repuestas con tinta azul o negra.

1º. Resuelva y verifique la siguiente inecuación: $\frac{x-3}{2} + \frac{x+2}{3} \leq 1$

2º. Imprimir un libro cuesta $120. Un cuarto de sus hojas son a color. Imprimir cada página blanco y negro cuesta $0,50 en tanto que cada página a color cuesta $1,50. ¿Cuál es el número total de páginas que tiene dicho libro?

3º. La Tierra demora 24 horas en dar un giro completo en torno a su propio eje. Calcular cuántos radianes gira en 3 horas.

4º. El valor de P = $\frac{\frac{\pi}{2} rad}{180°}$ es P = …………….

5º. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 3 y 4 cm respectivamente y el α es el ángulo agudo de la base. Calcular sen α = …………. Y tg α = ………….

6º. ¿Cuánto mide el ángulo que supera en 12º33' a la quinta parte de 39º40' ?

7º. Sea α ϵ II cuadrante, si sen α = 0,25, entonces α = …….. y tg α = ……..

8º. Sabiendo que cos α = 2/3 y α ϵ I cuadrante, hallar las restantes relaciones trigonométricas de α.

9º. Completar: sen 120° = cos ……°   cos 60° = sen …..°

10º. Para un triángulo rectángulo en B, hallar b, Â y Ĉ sabiendo que a = 15 cm. y c = 9 cm.

11º. Dados los vectores $\vec{v} = (1, 2) \quad y \quad \vec{w} = (-3, 2)$ hallar el ángulo formado por ambos vectores.

Parte 3. Marque la opción correcta. Si ninguna coincide, coloque una **N**.

1º. Sea la ecuación $5x + 10x - 6 - 9 + 4x = x + 3 - 12$ su solución es:

A) 1/3   B) 9   C) -2/3   D) ninguna de las anteriores

2º. Dado el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} y = -x + 5 \\ y = -(x+5)(x-1) \end{cases}$ se afirma que éste:

A) No tiene solución   B) Tiene 2 soluciones iguales

C) Tiene ∞ soluciones   D) Tiene dos soluciones diferentes.

3º. Al simplificar la expresión $\frac{2^{\circ}\,2'}{2'}$ se obtiene:

A) 61° B) 72 C) 61 D) 41

4º. $\frac{5}{3}\pi$ es congruente con:

A) 60° B) 44,31º C) π/4 D) 300º

5º. ¿Cuánto es 120° expresado en radianes?

A) 0,71 B) 44,31 C) 4π/3 D) 3π/4

6º. Al simplificar $tg\,\alpha\,(1 - cotg^2\,\alpha) + cotg\,\alpha\,(1 - tg^2\alpha)$ se obtiene:

A) cos 30º B) cos 180º C) sen 180º D) sen 30º

7º. Si $\mathrm{tg}\,(\mathrm{a}) > 0$ y $\mathrm{sen}(\mathrm{a}) < 0$: a pertenece al cuadrante:

A) I B) II C) III D) IV

8º. La distancia entre dos edificios (A y B) es de 120 m. Si el edificio A mide 98 m de altura y el ángulo de elevación desde el punto más alto del edificio A al punto más alto del edificio B es de 31º, la altura del edificio B es:

A) 180 m B) 170,1 m C) 175,5 m D) 150 m

9º. ¿Cuál es el ángulo entre los vectores cuyas coordenadas son $\vec{v} = (4, 2)$ y $\vec{w} = (3, 4)$

A) 0,71 B) 44,31º C) 45º41'15,42" D) 50º

Obligatorio 3(tres) cuestionarios aprobados para cada Parcial

Recuerde para rendir los parciales llevar DNI y birome negra o azul.